

高比例新能源电力系统 储能容量优化配置研究

(申请清华大学工学博士学位论文)

培养单位：电机工程与应用电子技术系

学 科：电气工程

研 究 生：谢 睿

指导教师：卢 强 教 授

二〇二二年五月

Sizing Energy Storage for Power Systems with a High Share of Renewable Energy

Dissertation Submitted to

Tsinghua University

in partial fulfillment of the requirement

for the degree of

Doctor of Philosophy

in

Electrical Engineering

by

Xie Rui

Dissertation Supervisor: Professor Lu Qiang

May, 2022

摘要

使用新能源有利于保护环境,减少化石能源消耗,降低碳排放。在碳达峰、碳中和的目标下,高比例新能源电力系统快速发展。风电、光伏等新能源受到天气影响,出力波动性强,并且常规能源机组占比降低,给电力系统调峰与新能源消纳带来挑战。在高比例新能源电力系统中配置储能可减少新能源出力波动的影响,缓解新能源发电与负荷曲线不匹配的问题,促进新能源消纳。由于抽水蓄能受到地理条件限制,电化学储能成本仍然较高,高比例新能源电力系统中储能容量优化配置有其必要性。然而,在规划决策阶段难以通过足够的采样数据得到新能源发电和负荷等随机变量的精确概率分布,因而影响随机规划结果的最优性和鲁棒性。数据驱动的分布鲁棒优化通过概率分布模糊集考虑经验概率分布的不精确性。

针对高比例新能源电力系统储能容量优化配置问题,首先对数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法开展研究,然后以此作为理论基础,分别研究需求侧、发电侧和电网侧典型场景的储能相关容量优化配置问题。主要成果如下:

提出了一类特定两阶段分布鲁棒优化的建模和求解方法,其中概率分布模糊集基于 Wasserstein 距离建立,包含一般形式的概率分布,并且考虑了随机变量取值范围。对分布鲁棒优化中不确定性的多种表现形式,提出了两种经由最坏期望转化为线性模型的方法,为概率分布不确定性下的储能优化配置提供理论支撑。

提出了基于分布鲁棒优化的全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置方法,其中双目标优化最小化投资成本和分布鲁棒失负荷风险。将问题转化为双目标线性规划,并提出了帕累托前沿解析表达式的计算方法。

提出了基于分布鲁棒优化的偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置方法,其中以新能源弃电分布鲁棒条件风险价值为约束,最小化投资成本。提出了计算新能源弃电量函数近似表达式的算法,将问题转化为求解线性规划。

提出了基于分布鲁棒优化的低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置方法,在极端情况失负荷分布鲁棒风险约束下,双目标最小化投资成本和常规情况碳排放最坏期望。通过计算失负荷函数与碳排放函数的 Lipschitz 常数将问题归结为求解混合整数线性规划,并得到帕累托前沿。

算例分析表明,所提储能相关容量优化配置方法提升了需求侧、发电侧和电网侧典型场景储能配置的鲁棒性和最优性。

关键词: 新能源; 储能容量配置; 两阶段随机规划; 分布鲁棒优化

Abstract

The application of renewable energy is conducive to protecting the environment, reducing fossil energy consumption, and decreasing carbon dioxide emissions. Under the goal of emission peak and carbon neutrality, power systems with a high share of renewable energy are developing rapidly. Renewable energy resources such as wind power and solar power are affected by the weather, which makes the output highly volatile. Meanwhile, the proportion of conventional energy generators decreases, which brings challenges to the peak shaving of the power system and renewable energy consumption. Equipping energy storage in power systems with a high share of renewable energy can reduce the impact of renewable energy fluctuations, compensate for the mismatch between renewable energy generation and load demand, and promote renewable energy consumption. Because the application of pumped storage depends on geographical factors and the unit cost of battery storage is still relatively high, it is necessary to optimize the energy storage capacity. However, in the planning stage, it is difficult to obtain the exact probability distribution of uncertain variables such as renewable energy generation and load demand based on the sample data, which affects the optimality and robustness of the stochastic planning method. Data-driven distributionally robust optimization takes into account the inaccuracy of empirical probability distributions through ambiguity sets.

Aiming at sizing energy storage in power systems with a high share of renewable energy, the data-driven two-stage distributionally robust optimization method is firstly studied, based on which the storage-related capacity allocation problems are investigated for typical scenarios on the demand side, the generation side, and the grid side, respectively. The main contributions are as follows:

The modeling and solution methods for a specific class of two-stage distributionally robust optimization problems are proposed, in which the ambiguity sets are established based on the Wasserstein metric, contain general probability distributions, and consider the range of random variables. For the various manifestations of uncertainty in distributionally robust optimization, two methods are proposed to transform them into linear models via worst-case expectations, to provide theoretical support for the storage allocation under probability distribution uncertainties.

A distributionally robust sizing method for renewable energy generation and energy

storage in fully-renewable stand-alone microgrids is proposed, in which the bi-objective optimization minimizes the investment cost and distributionally robust risk of load shedding. The sizing problem is transformed into bi-objective linear programming, and a method is proposed to calculate the analytical expression of the Pareto frontier.

A distributionally robust sizing method of transmission line and energy storage for remote renewable energy power plants is proposed, in which the investment cost is minimized, considering the constraint of the distributionally robust conditional value-at-risk of renewable energy curtailment. An algorithm is proposed to calculate the approximate expression of the renewable energy curtailment function, based on which the sizing problem is reformed into linear programming.

A distributionally robust sizing method for renewable energy generation, transmission, and energy storage in low-carbon power systems is proposed. Considering the constraint of distributionally robust risk of load shedding in extreme conditions, the bi-objective sizing problem minimizes the investment cost and worst-case carbon dioxide emission expectation in normal conditions. After calculating the Lipschitz constants of load shedding and carbon dioxide emission functions, the sizing problem comes down to solving mixed-integer linear programming problems, and the Pareto frontier is obtained.

Case studies show that the proposed storage-related capacity allocation methods can improve the robustness and optimality of the storage allocation for typical scenarios on the demand side, the generation side, and the grid side.

Keywords: renewable energy; energy storage capacity allocation; two-stage stochastic programming; distributionally robust optimization

目 录

摘 要.....	I
Abstract.....	II
目 录.....	IV
插图和附表清单.....	VIII
符号和缩略语说明.....	X
第 1 章 引言	1
1.1 研究背景与意义.....	1
1.1.1 电力系统中新能源发电的现状与挑战.....	1
1.1.2 高比例新能源电力系统中储能的作用与发展现状.....	2
1.1.3 高比例新能源电力系统储能配置问题的特点.....	3
1.1.4 研究意义.....	4
1.2 国内外研究现状.....	5
1.2.1 新能源独立微网中储能容量优化配置.....	5
1.2.2 新能源场站中储能容量优化配置.....	7
1.2.3 电网中储能相关优化配置.....	9
1.2.4 分布鲁棒优化及其在电力系统中的应用.....	12
1.3 研究思路与主要工作.....	19
1.3.1 拟解决的关键问题.....	19
1.3.2 研究思路.....	20
1.3.3 主要工作.....	21
第 2 章 数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法	24
2.1 概述.....	24
2.2 数据驱动的概率分布模糊集建模.....	24
2.2.1 经验概率分布.....	25
2.2.2 Wasserstein 距离.....	25
2.2.3 概率分布模糊集.....	26
2.3 不确定性在分布鲁棒优化中的表现形式.....	27
2.3.1 最坏期望.....	27

2.3.2	分布鲁棒机会约束.....	27
2.3.3	分布鲁棒风险度量.....	27
2.4	两阶段分布鲁棒优化模型.....	28
2.5	分布鲁棒优化中不确定性的处理方法.....	30
2.5.1	将多种不确定性形式转化为最坏期望.....	30
2.5.2	基于分段仿射函数表达式将最坏期望转化为线性模型.....	34
2.5.3	基于 Lipschitz 常数将最坏期望转化为线性模型.....	36
2.5.4	两种最坏期望转化方法的对比分析.....	40
2.6	本章小结.....	42
第 3 章	全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置	43
3.1	概述.....	43
3.2	数学模型.....	44
3.2.1	运行优化模型.....	44
3.2.2	概率分布模糊集.....	46
3.2.3	失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险.....	46
3.2.4	容量优化配置模型.....	46
3.3	求解方法.....	47
3.3.1	松弛化储能充放电功率互补约束.....	47
3.3.2	转化分布鲁棒 Shortfall 风险.....	48
3.3.3	求解帕累托前沿的解析表达式.....	50
3.4	算例分析.....	51
3.4.1	算例设置.....	51
3.4.2	用于对比分析的其他方法.....	52
3.4.3	结果与对比.....	57
3.4.4	参数灵敏度分析.....	59
3.4.5	保守性讨论.....	61
3.5	本章小结.....	62
第 4 章	偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置	63
4.1	概述.....	63
4.2	数学模型.....	64
4.2.1	运行优化模型.....	64
4.2.2	概率分布模糊集.....	66
4.2.3	新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束.....	66

4.2.4	容量优化配置模型	67
4.3	求解方法	68
4.3.1	计算新能源弃电量函数的表达式	68
4.3.2	将容量优化配置模型转化为线性规划	71
4.4	算例分析	73
4.4.1	算例设置	73
4.4.2	新能源弃电量函数	73
4.4.3	用于对比分析的其他方法	74
4.4.4	结果与对比	77
4.4.5	参数灵敏度分析	78
4.4.6	基于 Lipschitz 常数的方法	80
4.4.7	基于传输线候选方案的偏远新能源场站的输电-储能优化配置方法	82
4.5	本章小结	83
第 5 章	低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置	84
5.1	概述	84
5.2	数学模型	85
5.2.1	电力系统模型	85
5.2.2	运行优化模型	87
5.2.3	概率分布模糊集	88
5.2.4	容量优化配置模型	89
5.3	求解方法	90
5.3.1	转化非线性约束	90
5.3.2	转化失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险约束	93
5.3.3	转化碳排放最坏期望	95
5.3.4	容量优化配置求解算法	98
5.4	算例分析	98
5.4.1	算例设置	99
5.4.2	用于对比分析的其他方法	100
5.4.3	结果与对比	104
5.4.4	参数灵敏度分析	105
5.4.5	采用新能源发电与储能取代常规火电机组	108
5.4.6	储能选址分析	109
5.5	本章小结	112

第 6 章 结论与展望	115
6.1 研究成果	115
6.2 工作展望	117
参考文献	118
附录 A 第 3 章命题证明	130
附录 B 第 4 章命题证明	134
附录 C 第 5 章命题证明	137
致 谢	139
声 明	140
个人简历、在学期间完成的相关学术成果	141
指导教师学术评语	143
答辩委员会决议书	144

插图和附表清单

图 1.1	光伏发电和风力发电典型功率曲线	3
图 1.2	数据驱动的分布鲁棒优化中概率分布模糊集示意图	13
图 1.3	具有相同一、二阶矩的不同累积分布函数	14
图 1.4	论文研究框架与主要工作	21
图 2.1	数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法研究框架	25
图 3.1	全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置研究框架	44
图 3.2	全新能源供电独立微网能量流动关系	45
图 3.3	独立微网光伏发电和负荷数据	52
图 3.4	独立微网失负荷风险和总投资成本的帕累托前沿	58
图 3.5	独立微网失负荷超出上限的概率和总投资成本的帕累托前沿	58
图 4.1	偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置研究框架	64
图 4.2	偏远新能源场站能量流动关系	65
图 4.3	光伏电站弃电量函数近似精确程度	74
图 4.4	光伏电站弃电量函数可视化	75
图 5.1	低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置研究框架	85
图 5.2	低碳电网算例拓扑图	99
图 5.3	低碳电网中光伏发电数据	101
图 5.4	低碳电网中风力发电数据	102
图 5.5	低碳电网中负荷需求数据	102
图 5.6	低碳电网碳排放和总投资成本的帕累托前沿	105
图 5.7	低碳电网帕累托解中新能源发电容量	106
图 5.8	低碳电网帕累托解中储能容量	108
图 5.9	低碳电网帕累托解中投资成本组成	108
图 5.10	低碳电网储能选址情形 2 拓扑图	112
图 5.11	低碳电网储能选址情形 3 拓扑图	113
图 5.12	低碳电网储能选址情形 4 拓扑图	114
表 1.1	新能源独立微网容量优化配置文献	6
表 1.2	电网中储能优化配置文献	10
表 1.3	电网中输电-储能联合优化配置文献	11

表 1.4	电网中发电-输电-储能联合优化配置文献	11
表 1.5	基于分布鲁棒优化的电力系统优化调度文献	18
表 1.6	基于分布鲁棒优化的电力系统优化配置文献	19
表 3.1	不同方法下独立微网容量优化配置结果	59
表 3.2	不同概率分布模糊集半径下独立微网容量优化配置结果	60
表 3.3	不同规划用数据量下独立微网容量优化配置结果	60
表 3.4	不同可接受失负荷量下独立微网容量优化配置结果	61
表 3.5	不同储能单位容量成本下独立微网容量优化配置结果	61
表 4.1	不同方法下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果	78
表 4.2	不同概率分布模糊集半径下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果	79
表 4.3	不同规划用数据量下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果	79
表 4.4	不同可接受新能源弃电率下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果	80
表 4.5	不同 CVaR 中可接受概率下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果.....	80
表 4.6	不同传输线单位成本下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果	81
表 5.1	低碳电网中新能源场站参数	100
表 5.2	低碳电网中可扩展传输线参数	100
表 5.3	低碳电网中储能参数	101
表 5.4	不同方法下低碳电网容量优化配置结果	106
表 5.5	不同可接受失负荷量下低碳电网容量优化配置结果	107
表 5.6	不同常规火电机组容量下低碳电网容量优化配置结果	107
表 5.7	不同储能单位容量成本下低碳电网容量优化配置结果	109
表 5.8	不同负荷水平下低碳电网容量优化配置结果	110
表 5.9	常规火电机组逐步退出时的新能源-储能容量优化配置结果	110
表 5.10	低碳电网储能选址情况对比.....	114

符号和缩略语说明

\mathbb{R}	实数集合
\mathbb{Z}	整数集合
\top	矩阵转置
SP	随机规划 (Stochastic Programming)
RO	鲁棒优化 (Robust Optimization)
DRO	分布鲁棒优化 (Distributionally Robust Optimization)
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
MILP	混合整数线性规划 (Mixed-Integer Linear Programming)
KL	Kullback-Leibler
VaR	风险价值 (Value-at-Risk)
CVaR	条件风险价值 (Conditional Value-at-Risk)
SoC	荷电状态 (Stage of Charge)
CHP	热电联产 (Combined Heat and Power)
PSO	粒子群算法 (Particle Swarm Optimization)
DFT	离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transform)
C&CG	列与约束生成算法 (Column-and-Constraint Generation)

第 1 章 引言

1.1 研究背景与意义

1.1.1 电力系统中新能源发电的现状与挑战

全球气候变化受到广泛关注。为应对气候变化，许多国家相继出台了降低碳排放的计划与政策。2020 年 9 月，中国在联合国大会上宣布了 2030 年碳达峰和 2060 年碳中和的目标；截至 2022 年 1 月，已有超过 40 个国家承诺在未来实现碳中和^[1]。

以风力发电和光伏发电为代表的新能源发电有助于保护环境、降低化石能源消耗、减少碳排放。因此近年来在中国乃至世界范围内新能源发展迅速^[2]，并且未来新能源将成为碳中和的主导^[3]。截至 2021 年 12 月底，全国风电装机容量约 330 GW，同比增长 16.6%；光伏发电装机约 310 GW，同比增长 20.9%^[4]。随着新能源发电的快速发展，高比例新能源电力系统已经出现。截至 2020 年底，甘肃省新能源装机占比已达 41.9%，并且新能源发电量占比超过 20%^[5]。截至 2021 年 5 月底，青海省新能源装机高达 61%，在全国各省份中位居第一，并且 2021 年 5 月青海省新能源发电量占比达到 43.1%^[6]。2021 年 3 月 15 日，中央财经委员会会议强调，在碳达峰的关键期和窗口期，“构建以新能源为主体的新型电力系统”^[7]。因此，高比例新能源电力系统将不断出现并迅速发展。

然而，新能源电力系统在稳定与保护^[8]、经济安全运行^[9]等方面仍然面临问题和挑战^[10]。运行层面的挑战来源于新能源发电的波动性与随机性。风电、光伏等新能源的出力上限由实时天气情况决定因而不可调度，而且新能源发电与负荷曲线变化规律一般不相同，峰谷时间不匹配并且变化趋势不一致。例如，河西走廊多在夜间起风的现象导致甘肃省风电具有很强的反调峰特性^[11]；光伏电站仅在白天发电，而负荷全天存在。新能源发电的波动性与随机性带来的挑战包括电力系统调峰和新能源消纳问题。据国家能源局统计^[12]，2021 年全国风电平均利用小时数为 2246 h，平均弃风率 3.1%，新疆弃风率超过 7%；2021 年全国光伏平均利用小时数为 1163 h，平均弃光率 2%。

对于高比例新能源电力系统，问题更加凸显。美国加利福尼亚州电网可再生能源占比从 7.5% 提高到 23.8% 的过程中，除去可再生能源出力后的净负荷曲线波动性指标升高到 2.4 倍^[13]。新能源占比升高，波动性增强，使电力系统对调峰与爬坡能力的需求增大，然而新能源占比升高的同时常规能源机组占比降低，所提

供的灵活性资源减少^[14]。随着电力系统向绿色低碳转型与新能源持续发展，电力系统中新能源渗透率不断上升，新能源引发的调峰和消纳问题更加严峻。

1.1.2 高比例新能源电力系统中储能的作用与发展现状

储能可将电能以机械能、化学能等能量形式存储，再通过充放电达到时间上转移电能的效果。电力系统中常见商业化储能类型包括抽水蓄能^[15]以及电化学储能^[16]、压缩空气储能^[17]、蓄热储能^[18]、飞轮储能^[19]等新型储能，其中大规模储能以抽水蓄能、电化学储能、压缩空气储能为主。

可通过在高比例新能源电力系统中配置储能，应对新能源接入带来的问题与挑战。储能在高比例新能源电力系统中的作用可分为以下几个方面：第一，对于新能源在秒级或分钟级短时间尺度内的波动性，响应速度较快的储能可以通过短时充放电起到平滑新能源出力曲线的作用，缓解电力系统调频压力^[20]。第二，对于新能源发电曲线与电网负荷曲线峰谷不相符合的问题，储能可以通过削峰填谷，在日内尺度上转移电能，满足电力系统调峰需求^[21]，降低新能源弃电率^[22]。第三，新能源发电与负荷曲线可能具有季节性特征，季节时间尺度的储能可缓解电力系统季节性电力电量平衡的压力^[23]。第四，配置储能有利于提高电力系统灵活性，降低电力系统的备用需求^[24]。

随着近年来储能技术的发展和新能源发电装机容量的提高，储能已成为应对新能源电力系统挑战的一种重要手段，因此增长非常迅速，并且在绿色低碳的目标下增速将进一步提高。据国际能源署（International Energy Agency, IEA）统计与分析^[25]，受到风电和光伏大规模接入的影响，2020年世界范围内用于并网电化学储能的花费增长超过60%，并且电化学储能装机已达5 GW。若在2050年实现碳中和，则2030年全球储能装机需达585 GW，其中包括超过120 GW电化学储能。

国内方面，2021年全国抽水蓄能装机达34 GW，新型储能超过4 GW^[26]。国家发展改革委、国家能源局等部门在2017年发布了《关于促进储能技术与产业发展的指导意见》^[27]，并在2021年发布了《国家发展改革委、国家能源局关于加快推动新型储能发展的指导意见》^[28]与《抽水蓄能中长期发展规划（2021-2035年）》^[29]，提出了2025年新型储能装机超30 GW、抽水蓄能投产超62 GW的目标。

近年来我国储能项目不断增多，储能市场接受度持续提高。2021年以来，多个省份出台新能源配置储能方案^[30]。在可再生能源发电侧、用户侧、电网侧、配合常规火电参与辅助服务等多个领域，涉及电化学储能、蓄热储能等多种类型，均已开展储能项目示范^[31]。

1.1.3 高比例新能源电力系统储能配置问题的特点

高比例新能源电力系统储能配置问题具有以下几个方面的特点：

第一，以风电和光伏为代表的新能源发电有较强的波动性和随机性。新能源发电功率不仅具有固有的不确定性和不可控性^[32]，并且非线性、非平稳等特点显著^[33]。例如，图 1.1 展示了青海省某地区光伏发电和风力发电的 7 日典型功率曲线。由图可知，风力发电和光伏发电的随机波动均较大，各自具有峰谷时段，并且与一般负荷曲线规律不同。因此，在高比例新能源电力系统中配置储能时，有必要考虑新能源发电的不确定性。

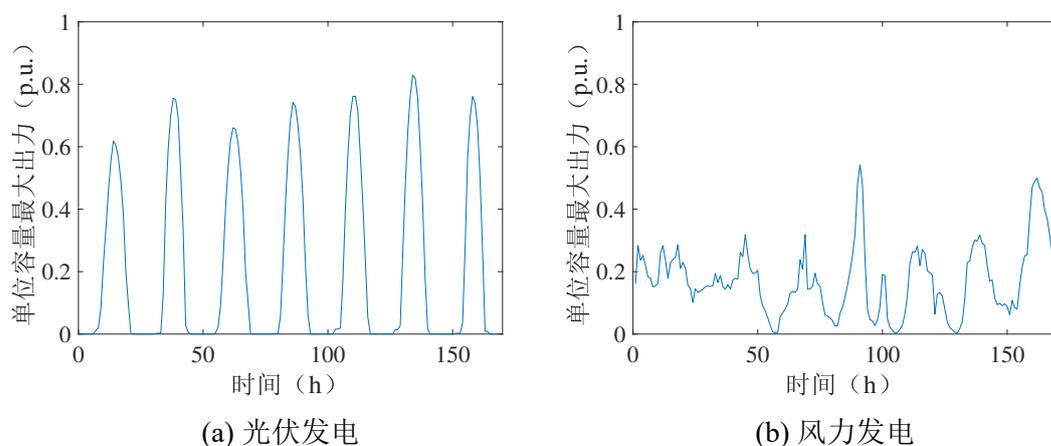


图 1.1 光伏发电和风力发电典型功率曲线

第二，抽水蓄能局限性明显，电化学储能等新型储能单位容量成本仍然较高。抽水蓄能是目前最成熟且装机容量最大的储能类型，已有文献估计了世界范围内可低成本建设的抽水蓄能容量^[34]。然而，抽水蓄能选址受到地理条件限制较大，并且建设时间较长。相比之下，电化学储能选址较为灵活，安装较为快速，因此近年来应用增多，其中锂离子电池占据主要地位^[25]。随着电化学储能技术的发展，世界范围内电化学储能价格在逐年降低，但是单位容量成本仍然较高。2020 年，参数为 4 h 的锂离子储能系统的单位成本约为 350 美元每 kWh 储能^[35]。未来趋势方面，据估计 2030 年锂离子电池单位成本将降为 2020 年单位成本的约三分之二^[36]。因此，在配置单位容量成本较高的储能时，储能容量决策对经济性影响较大，有必要研究储能容量优化配置。

第三，在规划阶段考虑新能源发电与负荷需求的不确定性存在挑战。高比例新能源电力系统中的储能优化配置问题需要在规划阶段考虑不确定性。由于规划阶段通常缺乏足够多足够精确的新能源发电与负荷数据，所以难以得到准确的概率分布以描述新能源发电与负荷的不确定性，进而对所得储能优化配置方案的效果产生影响。考虑不确定性的优化方法包括随机规划^[37]、鲁棒优化^[38]、分布鲁棒

优化^[39]等,其中随机规划假定已知精确概率分布;鲁棒优化考虑随机变量取值的最坏情况;分布鲁棒优化能够通过概率分布模糊集(Ambiguity Set)考虑经验概率分布的不精确性,同时相比鲁棒优化保守性较低。应当根据优化配置问题的特点,选择适当的优化方法。

第四,含储能的运行优化问题规模较大、随机变量维数较高。电力系统中优化配置问题具有规划-运行两阶段的形式。储能的存在使得电能可以在时间上耦合,所以含储能的运行优化问题必须同时考虑多个时间段,以对储能荷电状态的变化过程进行建模。这时位于第二阶段的运行优化问题规模较大,涉及的随机变量维数较高。因此,所采用的优化方法需要能够处理第二阶段规模较大、随机变量维数较高的两阶段优化问题。

综上所述,有必要研究高比例新能源电力系统储能容量优化配置问题,充分发挥储能的作用和优势,帮助电力系统经济安全运行,并向绿色低碳转变。此外,如何在优化配置中对新能源发电和负荷的不确定性进行建模,考虑经验概率分布的不精确性,并处理运行优化规模较大、随机变量维数较高的情况,是值得研究的问题。

1.1.4 研究意义

本文开展高比例新能源电力系统储能容量优化配置研究,在理论和工程方面均具有重要意义。

第一,本文研究工作将丰富分布鲁棒优化理论。高比例新能源电力系统储能容量优化配置问题是涉及不确定性的规划问题的一个特例,许多这类问题具有规划-运行两阶段优化的形式,并且规划阶段常常难以得到不确定性的准确概率分布。因此,两阶段分布鲁棒优化方法具有广阔的应用前景。基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集能够包含一般形式的概率分布,适用于新能源与负荷这类非离散概率分布的不确定性建模。然而,目前这类基于 Wasserstein 距离的考虑一般形式概率分布的两阶段分布鲁棒优化方法尚未完全成熟。本文对一类特定的两阶段分布鲁棒优化问题提出建模与求解方法,具有重要的理论意义。

第二,本文研究工作对高比例新能源电力系统配置储能的工程实践具有指导意义。高比例新能源电力系统中调峰压力较大,新能源消纳问题凸显,配置储能是解决上述问题的一种重要手段。然而,目前较为成熟的抽水蓄能受到地理条件限制且安装较不灵活,电化学储能等新型储能单位成本仍然较高,因此储能容量配置决策对经济性有重要影响。有必要研究高比例新能源电力系统的储能容量优化配置问题,并考虑经验概率分布的不精确性。

全新能源供电独立微网、偏远新能源场站和低碳电网是三种具有代表性的高

比例新能源电力系统典型场景。在远离主网但具有新能源资源的地区，例如海岛、偏远地区等，可以建设全新能源供电独立微网，而不与主网连接。这是一种需求侧典型场景，此时考虑系统可靠性要求，反映为失负荷风险。有时大规模新能源资源位于人口密度极低的戈壁荒漠等地区，远离负荷中心，因此出现偏远新能源场站。这是一种发电侧典型场景，主要需求在经济性方面，应尽可能充分地利用新能源资源，输送尽可能多的电能到主网。对传统电网面向低碳目标转变的电网侧典型场景，需要综合考虑经济性、可靠性以及绿色环保的需求。本文对这三种高比例新能源电力系统场景提出储能容量优化配置方法，充分利用储能的调节能力以满足负荷可靠性、新能源利用率、碳排放等方面的需求。因此，本文研究工作具有重要的工程意义。

1.2 国内外研究现状

根据本文研究工作，先对新能源独立微网、新能源场站、电网等几种电力系统场景中的储能相关优化配置现有研究进行综述，然后简要介绍分布鲁棒优化及其在电力系统中的应用。

1.2.1 新能源独立微网中储能容量优化配置

表 1.1 总结了一些新能源独立微网中含储能的容量优化配置现有研究。其中一些独立微网完全由新能源供电^[40-44]，另一些还包含其他能源发电，例如柴油发电机组^[45-54]、燃料电池^[55]、微型燃气轮机^[55-57]和热电联产（Combined Heat and Power, CHP）机组^[58]。这些现有研究中主要储能类型为电化学储能。优化目标均为降低总成本，有时包括投资和运行成本。现有研究考虑了运行约束，并且采用多种指标衡量系统可靠性，包括缺电时间期望（Loss of Load Expectation, LOLE）^[47]、电量不足期望（Expected Energy Not Supplied, EENS）^[54]、电力不足概率（Loss of Load Probability, LOLP）^[50]、负荷缺额率^[45]、等价缺电因数^[43]、缺电风险^[57]等等。一些文献^[41,53]还考虑了环保因素。

表 1.1 中大部分文献采用传统随机规划方法处理含有新能源发电和电负荷不确定性的优化问题，这种方法隐含了已知随机变量精确概率分布的假定。其中，文献^[55,58]使用 Weibull 分布或者高斯分布为随机变量的概率分布建模，而其他文献采用采样数据生成经验概率分布，其中采样数据可通过历史数据^[41,49-51,53,57]、蒙特卡洛仿真^[43]以及场景处理^[40,47-48,54]等方法获取。然而，随机规划的最优解对经验概率分布敏感，采样数据来源和数据量受限的问题易导致随机规划结果有所偏差。

表 1.1 新能源独立微网容量优化配置文献

文献	设施	考虑因素	优化配置模型	求解方法
[40]	光伏/风电/电池	可靠性	基于典型数据的随机规划	分支定界算法
[41]	光伏/沼气发电/电池	环保	基于历史数据的随机规划	PSO、内点法
[42]	光伏/风电/电池	运行	神经网络	HOMER 软件
[43]	光伏/风电/电池	可靠性	基于蒙特卡洛仿真的 随机规划	飞蛾扑火优化
[44]	光伏/电池	可靠性	基于多面体不确定集的 鲁棒优化	MILP
[45]	风电/光伏/柴油机/电池	可靠性	基于数据的确定性模型	遗传算法
[46]	风电/光伏/柴油机/电池	可靠性	基于数据的确定性模型	MILP
[47]	风电/柴油机/电池	可靠性	基于场景生成的随机规划	遗传算法
[48]	光伏/风电/柴油机/电池	运行	基于典型数据的随机规划	DFT
[49]	光伏/柴油机/电池	运行	基于历史数据的随机规划	启发式方法
[50]	光伏/风电/柴油机/电池	可靠性	基于历史数据的随机规划	智能算法
[51]	风电/柴油机/电池	运行	基于历史数据的随机规划	非线性优化
[52]	光伏/柴油机/电池/ 冰蓄冷	运行	仿真	网格搜索
[53]	光伏/风电/柴油机/电池	环保/ 可靠性	基于历史数据的随机规划	智能算法
[54]	光伏/柴油机/电池	可靠性	基于典型数据的随机规划	MILP
[55]	光伏/风电/燃料电池/ 微型燃气轮机/电池	运行	基于概率分布的随机规划	PSO
[56]	光伏/风电/电池/ 微型燃气轮机	可靠性	基于场景的鲁棒优化	分解协调方法
[57]	光伏/风电/电池/ 微型燃气轮机	可靠性	基于历史数据的随机规划	惩罚调整算法
[58]	光伏/风电/柴油机/ CHP/电池	运行	基于概率分布的随机规划	分解方法
[59]	光伏/风电/发电机组/ 储能/可控负荷	运行	基于场景的随机规划	MILP

鲁棒优化是处理含不确定性的优化问题的另一种常用技术，这种方法预先指定随机变量变化范围，即不确定集（Uncertainty Set），然后在不确定集之中考虑最坏情况场景并进行优化。文献 [44,56] 采用鲁棒优化方法进行独立微网中的容量优化配置。在文献 [44] 中，不确定集被假定为多面体（Polyhedron），而文献 [56] 通过场景构造不确定集。然而，对于新能源发电而言，最坏情况场景的概率非常小，却能引发投资成本的巨大增长，所以鲁棒优化方法通常被认为过于保守^[60]。

因此，独立微网容量优化配置现有研究尚待解决的问题包括：如何考虑新能源发电与负荷等随机变量经验概率分布的不精确性，同时使结果不过于保守；在所采用的不确定性模型下，怎样衡量独立微网供给负荷的可靠性并在容量优化配置中考虑；所提模型怎样有效地求出最优解。

全新能源供电独立微网以其在绿色清洁方面的优势，近年来吸引了越来越多的注意，并且已有一些相关研究。例如，文献 [61] 提出了在全新能源供电独立微网中减少储能系统功率交换的一种控制策略，并构建了该系统的暂态仿真进行验证。文献 [62] 描述了一个实际的全新能源供电独立电力系统，并研究了考虑惯性需求的运行问题。全新能源供电独立微网的规划问题在一些文献^[40-44] 中有所研究。新能源发电通过电力电子变流器连接微网。基于变流器的电源的频率控制问题已有相关研究。虚拟同步机（Virtual Synchronous Generator, VSG）是通过模拟同步发电机以提供有功支撑的一种控制技术^[63]。文献 [64] 针对含有光伏发电和电化学储能的独立微网提出了一种基于虚拟同步机的分布式控制策略。文献 [65] 提出了一种针对微网中并联逆变器的增强虚拟同步机控制方法。减载（De-loading）是另一种可用于新能源发电的控制策略，通过功率备用实现频率调节。减载技术已被应用于风力发电^[66] 和光伏发电^[67]。因此，独立微网可实现全新能源供电。

1.2.2 新能源场站中储能容量优化配置

在风电场和光伏电站等新能源场站处配置储能有利于减轻新能源发电短期不确定性，平滑新能源出力，减少新能源不确定性对电网的影响，有利于促进新能源消纳。已有一些研究考虑风电场中储能容量优化配置问题。文献 [68] 利用短期风电预测历史数据生成经验概率分布，提出了一种配置储能以减少风电出力剩余不确定性的概率方法，并且算例表明储能容量应随着风电预测精度变化。文献 [69] 分别采用一阶滤波算法和模型预测控制策略，利用储能平抑风电场出力波动，并对多种并网方式进行了储能容量优化配置。文献 [70] 应用序贯蒙特卡洛模拟和基于场景的随机规划，提出了一种考虑储能寿命的风电场储能优化配置方法。文献 [71] 基于云模型理论和聚类算法得到风电场储能的典型充放电曲线，并输入储能容量优化模型进行求解。文献 [72] 采用滤波思想，提出了一种基于模型预测控制

的风电场与储能的协同优化控制策略，以此为基础进行风电场储能容量优化配置，并通过二次规划求解。文献 [73] 研究了风电置信容量评估方法，应用基于场景生成和削减的随机规划，提出了提升风电场置信容量的电化学储能配置方法。文献 [74] 研究了多个相邻风电场之间出力预测误差的时空相关性，提出了一种储能滚动运行策略，并进一步提出了一种基于场景的储能容量优化配置方法。文献 [75] 通过分段线性化方法评价风电场出力波动越限情况，进一步构建了最小化越限惩罚、投资成本和限电损失的储能优化配置模型，并转化为 MILP 问题求解。文献 [76] 将配置储能的风电场作为黑启动电源，基于样本数据和非对称 Copula 函数提出了一种使风电场具有黑启动能力的储能优化配置方法。文献 [77] 提出了一种基于概率预测的超级电容-电池混合储能系统容量配置和控制方案，以经济地平滑风电场出力波动，其中风力发电场景由概率预测和多元高斯 Copula 生成，并通过两阶段随机规划模型确定储能容量。

在光伏电站相关储能配置问题方面，文献 [78] 通过线性规划优化大规模光伏电站配套储能的能量容量和功率容量，并采用模型预测控制应对光伏预测误差，在运营层面优化光伏-储能集成电站在电力市场中的策略。文献 [79] 综合考虑了发电量、负荷峰值支撑能力、线路损耗方面的需求，针对配置锂离子电池和铅酸电池的大规模光伏电站提出了储能容量配置方法。文献 [80] 引入了一种储能拓扑结构，研究了光伏电站出力预测误差对储能容量配置结果的影响。文献 [81] 考虑电池循环寿命、售电收益等因素，在两种不同的调度模式下，研究光伏电站中储能容量优化配置，并采用 PSO 算法求解。文献 [82] 考虑配置超级电容-电池混合储能系统的光伏电站，提出了一种通过储能充放电和光伏发电削减来降低光伏电站出力波动的调度方法，并在此基础上优化储能容量。文献 [83] 研究了光伏电站配套储能安装母线位置对反向潮流的影响，算例结果表明将储能安装在光伏电站中更有利于降低功率波动和减少能量损失。文献 [84] 采用正态分布建模和拉丁超立方采样法，提出了一种基于遗传算法的考虑网损、越限概率、投资成本的光伏电站中储能优化配置方法。文献 [85] 研究了如何利用变速恒频抽水蓄能的快速响应能力来调节光伏电站实时波动，提出了一种基于迭代修正的考虑运行约束条件的光伏电站配套抽水蓄能容量配置方法。

根据上述新能源场站的储能容量优化配置相关文献，目前尚有两个方面的问题有待解决。首先，缺少针对偏远新能源场站储能配置的研究。偏远的新建新能源场站需要通过传输线连接电网。因为光伏、风电等新能源发电利用小时数偏低，所以按照新能源场站容量新建传输线会导致传输线利用率较低。在偏远新能源场站内配置储能可以减少传输线容量需求，对输电走廊较长的情况而言可能使总投

资成本降低,同时储能也起到平滑新能源出力、帮助新能源消纳的作用。因此,研究偏远新能源场站的输电-储能容量协调优化问题有重要意义。其次,现有研究主要通过确定性方法和传统随机规划方法处理新能源场站储能优化配置问题中新能源的不确定性,没有考虑经验概率分布的不精确性,而规划决策阶段往往难以得到准确的经验概率分布。因此,有必要采用能计及经验概率分布不精确性的方法研究偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置问题。

实际上,偏远新能源场站已经陆续出现在新能源资源远离电力负荷中心的情况中,并且这些新能源场站常具有较大的规模。例如,印度的 Bhadla 太阳能公园(Bhadla Solar Park)装机总计 2245 MW,坐落于干燥、几乎无法居住的沙漠地区,其输电系统包括 765 kV 和 400 kV 双回线路^[86]。在青海省,黄河水电建造了 2.2 GW 的光伏发电并配置储能,通过超 1500 km 的特高压线路传输电能^[87]。甘肃酒泉风电基地位于戈壁地区,总计规划 20 GW,并且建造了 750 kV 交流线路以输电^[88]。伦敦阵列(London Array)是英国的海上风电场,通过 220 km 的电缆输送电能至 Cleve Hill^[89]。因此,偏远新能源场站的输电-储能容量协调优化配置具有实际意义。

1.2.3 电网中储能相关优化配置

电网中储能优化配置常与发电和输电扩展联系在一起。表 1.2 总结了单独优化配置储能的一些文献,表 1.3 中为输电-储能联合优化配置的已有文献,表 1.4 展示发电-输电-储能联合优化配置的现有研究。电网中同时优化配置发电与储能的文献相对较少,其中文献[90]提出了一种考虑需求响应的基于非时序生产模拟的两阶段方法,对源-荷-储的灵活性资源进行优化配置。文献[91]提出了一种考虑新能源发电的基于时序仿真的发电-储能双层优化方法,并通过智能算法求解;文献[92]计及运行中机组组合与经济调度,采用基于多面体不确定集的鲁棒优化方法,提出了一种风电-储能联合扩建方法,并使用遗传算法求解。

上述文献均在规划中以目标函数或约束条件的形式考虑了经济性,其中许多研究通过配置储能帮助电网接入新能源发电^[90-92,95-102,106-122],其他考虑因素包括可靠性^[104-105,108,111,120-122]、市场^[93-96,107,110]、需求响应^[90,94,121-122]、碳排放^[117-118]、蓄意攻击^[103-104]等等。

这些已有研究主要采用三种方法处理新能源发电与负荷的不确定性。使用最多的方法是随机规划^[93-97,99-100,105,109-111,117-122],这种方法假定随机变量的概率分布精确已知。随机规划可以分为参数和非参数两种类型:在非参数方法中^[93-97,105,109-111,118-121],采用多个场景来构建经验概率分布,其中场景常常基于历史数据生成;在参数方法中^[99],先假定概率分布服从某种概率分布类型,例如

表 1.2 电网中储能优化配置文献

文献	考虑因素	优化配置模型	求解方法
[93]	市场	基于场景的随机规划	Benders 分解
[94]	市场/需求响应	基于场景的随机规划	PSO/遗传算法
[95]	新能源/市场	基于场景的随机规划	分解算法
[96]	新能源/市场	基于场景的随机规划	MILP
[97]	新能源	基于场景的随机规划	遗传算法
[98]	新能源	场景分析	区间模糊数
[99]	新能源	基于高斯分布的随机规划	PSO
[100]	新能源	基于边缘概率分布的随机规划	混合并行解法
[101]	新能源	基于 KL 散度的分布鲁棒优化	线性规划
[102]	新能源	基于 KL 散度的分布鲁棒优化	MILP

高斯分布，然后使用历史数据校准参数。然而，无论参数或非参数方法，在规划阶段都难以获得准确的概率分布，而只能得到近似概率分布。当用于规划的概率分布相对真实概率分布偏差较大时，最优解的有效性可能大受影响^[123]。

鲁棒优化方法^[92,112-114,122]能够减少优化结果对概率分布信息的依赖性，这种方法考虑预先指定的随机变量取值范围中所有可能的情况，给出总是可行的解，并且根据随机变量的最坏情况来优化目标函数。因为最坏情况在实际中极少发生，所以鲁棒优化常常过于保守。对于所考虑的高比例新能源电网优化配置，新能源发电的最坏情况偏极端且极少发生，所以此时采用鲁棒优化将引入很强的保守性。

分布鲁棒优化方法^[101-102]结合了随机规划与鲁棒优化各自的优势，这种方法考虑概率分布模糊集中的一族概率分布，并根据其中的最坏概率分布进行优化。因为分布鲁棒优化方法考虑了经验概率分布的不精确性，所以与随机规划相比所得最优解鲁棒性增强；因为在最坏概率分布中最坏情况概率仍然较低，所以分布鲁棒优化与鲁棒优化相比保守性减弱。

文献 [101-102] 虽然采用了分布鲁棒优化方法，但是在两个方面有所欠缺。首先，文献 [101-102] 仅考虑储能容量配置，而对于未来面向低碳目标的高比例新能源电网，由于负荷增长、常规火电退出等因素，新能源、输电、储能的优化配置互相之间紧密联系，因此需要采用分布鲁棒优化方法研究新能源-输电-储能协调优化配置问题。其次，文献 [101-102] 采用的分布鲁棒优化方法基于 KL 散度构建概率分布模糊集。由于基于历史数据建立的经验概率分布是离散概率分布，而 KL 散度只在支撑集相同的情况下有定义，所以此时概率分布模糊集中只包含与经验概率

表 1.3 电网中输电-储能联合优化配置文献

文献	考虑因素	优化配置模型	求解方法
[103]	蓄意攻击	确定性模型	MILP
[104]	可靠性/蓄意攻击	确定性模型	C&CG
[105]	可靠性	基于场景的随机规划	Benders 分解
[106]	新能源	确定性模型	PSO
[107]	新能源/市场	确定性模型	MILP
[108]	新能源/可靠性	数据分块	MILP
[109]	新能源	基于场景的随机规划	MILP
[110]	新能源/市场	基于场景的随机规划	C&CG
[111]	新能源/可靠性	基于场景的随机规划	Benders 分解
[112]	新能源	基于多面体不确定集的鲁棒优化	分解算法
[113]	新能源	基于多面体不确定集的鲁棒优化	Benders 分解
[114]	新能源	基于场景的鲁棒优化	C&CG

表 1.4 电网中发电-输电-储能联合优化配置文献

文献	考虑因素	优化配置模型	求解方法
[115]	新能源	时序仿真	PSO
[116]	新能源	信息间隙决策理论	Benders 分解
[117]	新能源/碳排放	基于聚类的随机规划	Benders 分解
[118]	新能源/碳排放	基于场景的随机规划	自适应方法
[119]	新能源	基于场景的随机规划	分布式算法
[120]	新能源/可靠性	基于场景的随机规划	MILP
[121]	新能源/可靠性/需求响应	基于场景的随机规划	MILP
[122]	新能源/可靠性/需求响应	随机规划和鲁棒优化	MILP

分布具有相同支撑集的离散概率分布。实际上，新能源发电与负荷基本连续变化，其真实概率分布不位于这类概率分布模糊集中，导致文献 [101-102] 的方法不能保证最优解在真实概率分布下的性能与效果。

综上所述，电网中储能相关优化配置的现有研究尚欠缺基于分布鲁棒优化的低碳电网中新能源-输电-储能容量协调优化配置方法，使得既能考虑经验概率分布的不精确性，又不过于保守。

1.2.4 分布鲁棒优化及其在电力系统中的应用

分布鲁棒优化是近年来在随机规划和鲁棒优化的基础上出现并发展的一种考虑不确定性的优化方法^[124]。分布鲁棒优化方法首先构造概率分布模糊集，这是一个概率分布集合。对概率分布模糊集中的最坏情况概率分布进行优化。即使经验概率分布不够精确，只要概率分布模糊集包含真实概率分布，就能保证最优解在真实概率分布下具有所需的统计效果^[125]。本小节首先简要介绍分布鲁棒优化基本原理，然后综述现有的概率分布模糊集建模方法及其处理方法，最后介绍分布鲁棒优化在电力系统中的应用。

1.2.4.1 分布鲁棒优化基本原理

分布鲁棒优化是一种在含不确定性情况下进行优化决策的方法，其中随机变量的真实概率分布不精确已知，而是在概率分布模糊集中取值^[125]。用符号 ξ 表示随机变量^①。将随机变量的真实概率分布记为 \mathbb{P}_R ，但 \mathbb{P}_R 并未已知。根据随机变量采样数据、决策者风险偏好等信息，构造概率分布模糊集并记为 \mathcal{B} ，使其包含真实概率分布，即 $\mathbb{P}_R \in \mathcal{B}$ 。由于决策者并不已知 \mathbb{P}_R ，仅仅有依据相信 $\mathbb{P}_R \in \mathcal{B}$ ，所以按照 \mathcal{B} 中的最坏情况概率分布进行优化。例如，设 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 是关于决策变量 \mathbf{x} 和随机变量 ξ 的函数，且代表损失。以分布鲁棒优化思想最小化 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 相当于最小化概率分布模糊集 \mathcal{B} 中最坏概率分布下 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的期望，即

$$\min_{\mathbf{x}} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\mathbf{x}, \xi)] \quad (1.1)$$

其中 $\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\cdot]$ 表示随机变量 ξ 服从概率分布 \mathbb{P} 时方括号内函数的期望。所以， $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\mathbf{x}, \xi)]$ 表示当概率分布 \mathbb{P} 在 \mathcal{B} 中变化时， $g(\mathbf{x}, \xi)$ 期望的上确界。最小化该上确界，就是最小化最坏概率分布下 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的期望。

分布鲁棒优化能够考虑概率分布的不确定性，从而能够在采样数据不足或者存在误差的情况下得到具有一定鲁棒性的结果，同时对概率分布信息的利用使其与鲁棒优化相比降低了保守性。在数据驱动的分布鲁棒优化中，先基于采样数据建立随机变量 ξ 的经验概率分布 \mathbb{P}_0 ，然后在 \mathbb{P}_0 周围构建概率分布模糊集 \mathcal{B} ，使其能够以较高的置信概率包含真实概率分布 \mathbb{P}_R 。数据驱动的分布鲁棒优化中概率分布模糊集示意图如图 1.2 所示。

如果将概率分布模糊集设为只包含经验概率分布 \mathbb{P}_0 的单点集，即 $\mathcal{B} = \{\mathbb{P}_0\}$ ，则此时分布鲁棒优化退化为概率分布 \mathbb{P}_0 下的随机规划，这时所考虑的概率分布不再具有不确定性。因为通常 \mathbb{P}_0 与真实概率分布 \mathbb{P}_R 或多或少存在差距，所以

① 本文中向量、矩阵用粗体符号表示，并且向量均为列向量。

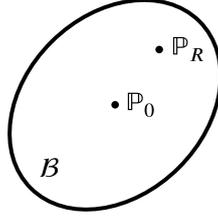


图 1.2 数据驱动的分布鲁棒优化中概率分布模糊集示意图

$B = \{\mathbb{P}_0\}$ 不能保证 $\mathbb{P}_R \in B$ 。在数据量不足或者存在较大误差时， \mathbb{P}_0 和 \mathbb{P}_R 差距较大，此时随机规划结果的可行性和最优性得不到保证。

如果将随机变量 ξ 取值范围上的所有概率分布组成概率分布模糊集 B ，那么此时分布鲁棒优化退化为鲁棒优化，即针对 ξ 取值的最坏情形进行优化，这对应于在分布鲁棒优化中考虑 ξ 取值最坏情形处概率为 1 的概率分布。这时实际上仅仅利用了 ξ 取值范围的信息，没有充分利用经验概率分布或者采样数据，所以鲁棒优化的结果常过于保守。从分布鲁棒优化思想的角度看，过于保守的原因是概率分布模糊集 B 选取得过大。 B 越大，包含的概率分布越多，因此最坏概率分布越坏。所以应该充分利用 ξ 的采样数据，构建不仅能以较高置信概率包含真实概率分布而且范围不过大的概率分布模糊集，从而降低保守性。

综上所述，分布鲁棒优化与随机规划、鲁棒优化联系紧密，随机规划和鲁棒优化可以看作分布鲁棒优化在不同概率分布模糊集下的极端情形，并且应用分布鲁棒优化的一个关键问题是概率分布模糊集的构建。

1.2.4.2 分布鲁棒优化主要方法综述

现有相关研究中概率分布模糊集的建模方式主要有矩^[126]、 ϕ -散度^[127] 和 Wasserstein 距离^[123] 3 种类型，以下分别简要介绍。

1) 基于矩的概率分布模糊集

设随机变量 ξ 的取值范围是 Ξ 。根据 N 个采样数据 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ 估计 ξ 的期望向量 μ_0 和协方差矩阵 Σ_0 ，即

$$\begin{aligned} \mu_0 &:= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \xi_n \\ \Sigma_0 &:= \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (\xi_n - \mu_0)(\xi_n - \mu_0)^\top \end{aligned} \quad (1.2)$$

假定估计得到的一阶矩和二阶矩是准确的，将概率分布模糊集 B 设为 Ξ 上所

有具有相同一阶矩和二阶矩的概率分布组成的集合^[128]，即

$$\mathcal{B} := \left\{ \mathbb{P} \in \mathcal{M}(\mathcal{E}) \left| \begin{array}{l} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\xi] = \mu_0 \\ \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(\xi - \mu_0)(\xi - \mu_0)^{\top}] = \Sigma_0 \end{array} \right. \right\} \quad (1.3)$$

其中 $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ 表示 \mathcal{E} 上概率分布集合。

实际上，即使仅要求精确估计一、二阶矩，也需要大量数据，因此在数据不足时难以保证式 (1.3) 定义的概率分布模糊集 \mathcal{B} 包含真实概率分布。另一种基于矩定义概率分布模糊集的方式允许一、二阶矩在小范围内波动^[126]，即

$$\mathcal{B} := \left\{ \mathbb{P} \in \mathcal{M}(\mathcal{E}) \left| \begin{array}{l} (\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\xi] - \mu_0)^{\top} \Sigma_0^{-1} (\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\xi] - \mu_0) \leq \gamma_1 \\ \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[(\xi - \mu_0)(\xi - \mu_0)^{\top}] \leq \gamma_2 \Sigma_0 \end{array} \right. \right\} \quad (1.4)$$

其中假定 Σ_0 正定； $\gamma_1 \geq 0$ 和 $\gamma_2 \geq 1$ 是决定概率分布模糊集 \mathcal{B} 范围的参数，他们的值越小则 \mathcal{B} 越小； \leq 为矩阵不等式符号；第一个约束的意义是真实概率分布的期望在以 μ_0 为中心的一个椭圆中；第二个约束表示 ξ 的二阶中心矩矩阵位于一个半正定锥中。因此，式 (1.4) 考虑了一、二阶矩估计值的不确定性。

然而，基于矩的概率分布模糊集构造方法仍有局限性，原因在于这种方法只利用了矩的信息，而矩描绘概率分布的能力有限，有时无法通过一、二阶矩区分两个不同的概率分布。例如，图 1.3 中 3 个 \mathbb{R} 上的概率分布具有相同的一、二阶矩，但是如图所示这些概率分布互不相同。因此，基于矩的概率分布模糊集可能因为包含过多的概率分布而导致较大的保守性。

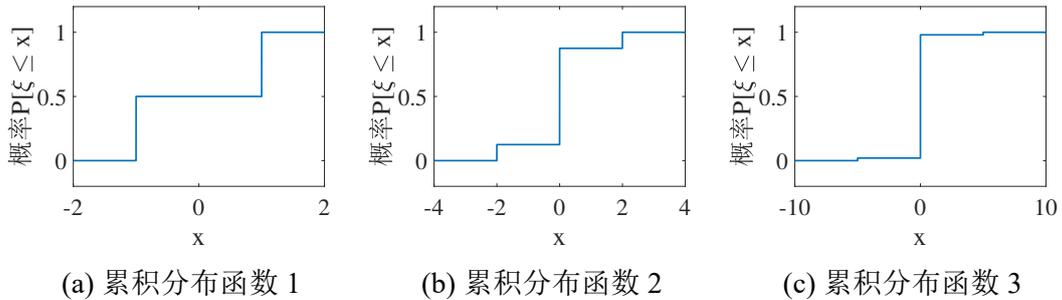


图 1.3 具有相同一、二阶矩的不同累积分布函数

2) 基于 ϕ -散度的概率分布模糊集

与基于矩的概率分布模糊集不同，基于 ϕ -散度和基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集的构建思路是采用一种方式衡量两个概率分布之间的差距，然后将与经验概率分布的差距在一定范围内的概率分布组成概率分布模糊集。这种方法的原理是，随着独立同分布采样数据量增大，以概率意义，采样数据生成的经验概率分布越来越接近真实概率分布，所以真实概率分布在经验概率分布的附近。 ϕ -散度就是一种能够衡量两个概率分布之间差距的工具。假设 \mathbb{P}_1 和 \mathbb{P}_2 是两个 \mathcal{E} 上的

连续概率分布，且概率密度函数分别为 f_1 和 f_2 ，则 \mathbb{P}_1 到 \mathbb{P}_2 的 ϕ -散度定义^[127]如下：

$$\begin{aligned} d_\phi(\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2) &:= \mathbb{E}^{\mathbb{P}_2} \left[\phi \left(\frac{f_1(\xi)}{f_2(\xi)} \right) \right] \\ &= \int_{\Xi} \phi \left(\frac{f_1(\xi)}{f_2(\xi)} \right) f_2(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (1.5)$$

其中 $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是满足以下条件的在 \mathbb{R}^+ 上凸 (Convex) 的函数^[127]：

$$\begin{cases} \phi(1) = 0 \\ 0 \cdot \phi \left(\frac{y}{0} \right) := \begin{cases} y \cdot \lim_{p \rightarrow +\infty} \frac{\phi(p)}{p}, & \text{若 } y > 0 \\ 0, & \text{若 } y = 0 \end{cases} \\ \phi(y) = +\infty, & \text{若 } y < 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

KL 散度是 ϕ -散度中应用最广泛的种类之一，又名相对熵，在信息论相关研究中常有应用^[129]。在 KL 散度中，函数 ϕ 取为 $\phi_{KL}(y) = y \ln y - y + 1, y \geq 0$ ^[127]，所以连续概率分布 \mathbb{P}_1 到 \mathbb{P}_2 的 KL 散度如下：

$$d_{KL}(\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2) := \int_{\Xi} f_1(\xi) \ln \left(\frac{f_1(\xi)}{f_2(\xi)} \right) d\xi \quad (1.7)$$

KL 散度总是非负，当且仅当两个概率分布等价时 KL 散度为 0，KL 散度越大反映 \mathbb{P}_1 到 \mathbb{P}_2 差距越大，所以 KL 散度在有定义时可以完全区分不同的概率分布。KL 散度不满足对称性，即 $d_{KL}(\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2)$ 与 $d_{KL}(\mathbb{P}_2, \mathbb{P}_1)$ 一般不相等，所以 KL 散度不是一种距离。

根据采样数据构造的经验概率分布通常是离散概率分布。设 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ 是 N 个采样数据，给每个采样数据分配 $1/N$ 概率，得到经验概率分布 \mathbb{P}_0 ，其具体数学定义见 2.2.1 节。这时如果采用 KL 散度建立概率分布模糊集，需要使用离散概率分布的 KL 散度：

$$d_{KL}(\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2) := \sum_{\xi: \mathbb{P}_2(\xi) > 0} \mathbb{P}_1(\xi) \ln \left(\frac{\mathbb{P}_1(\xi)}{\mathbb{P}_2(\xi)} \right) \quad (1.8)$$

其中离散概率分布 \mathbb{P}_1 和 \mathbb{P}_2 需要满足只要 $\mathbb{P}_1(\xi) > 0$ 就有 $\mathbb{P}_2(\xi) > 0$ ，即 \mathbb{P}_1 的支撑集是 \mathbb{P}_2 的子集，不严谨地称为他们具有相同的支撑集。

基于 KL 散度的概率分布模糊集如下：

$$\mathcal{B} := \{ \mathbb{P} \in \mathcal{M}(\text{supp}(\mathbb{P}_0)) \mid d_{KL}(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) \leq \epsilon \} \quad (1.9)$$

其中 $\text{supp}(\mathbb{P}_0) := \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N\}$ 为经验概率分布 \mathbb{P}_0 的支撑集， $\epsilon \geq 0$ 为决定概率

分布模糊集 B 大小的参数, ϵ 越大则概率分布模糊集越大。基于其他类型 ϕ -散度的概率分布模糊集可类似定义。

基于 KL 散度的概率分布模糊集局限性主要在于这种方法只适用于具有离散概率分布的随机变量。由于根据采样数据建立的经验概率分布通常是离散概率分布, 为了使得 KL 散度有定义, 相应概率分布模糊集中只包含经验概率分布支撑集上的离散概率分布, 等价于假定随机变量只能在采样数据的范围内取值。对于新能源发电与负荷需求这类基本取值连续的多维随机变量, 在采样数据不能足够多时, 这个假定大大限制了随机变量取值范围而与实际情况不相符合。因此, 此类应用场景中, 基于 KL 散度的概率分布模糊集不能包含真实概率分布, 从而不能保证优化结果对于真实概率分布的有效性。

3) 基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集

Wasserstein 距离可以衡量随机变量取值范围 Ξ 上任意两个概率分布之间的距离, 而没有类似 KL 散度的对支撑集的要求。Wasserstein 距离满足距离的非负性、同一性、对称性、三角不等式要求, 因此是一种距离^[123]。Wasserstein 距离越大说明两个概率分布差距越大, 并且 Wasserstein 距离能够区分任意两个不同概率分布。其数学定义以及考虑一般形式概率分布的概率分布模糊集建模见 2.2 节。

一些现有研究^[130] 使用基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集, 但并不考虑一般形式的概率分布, 而仅考虑与经验概率分布有相同支撑集的离散概率分布。在这种简化情况下, 可以采用等价线性规划计算式 (1.1) 中的最坏期望, 相关方法已经成熟, 可参考 3.4.2 节中对基于 Wasserstein 距离但只考虑离散概率分布的分布鲁棒优化方法的说明。然而, 这种方式与基于 KL 散度的概率分布模糊集具有类似的局限性。对于新能源发电和负荷这类概率分布并不离散的情况, 真实概率分布不是与经验概率分布具有相同支撑集的离散概率分布, 因此这种概率分布模糊集不包含真实概率分布, 不能保证优化结果对真实概率分布有效。因此, 有必要采用考虑一般形式概率分布的概率分布模糊集。

对于考虑一般形式概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法, 已有相关研究^[123,131-136] 但尚未完全成熟。文献 [123] 研究了最坏期望向有限凸优化转化的方法以及最坏概率分布的求解方法; 对分段仿射的损失函数定义的最坏期望给出了等价的线性模型, 对凸的损失函数给出了基于 Lipschitz 常数的近似线性模型; 研究了一类特定的两阶段分布鲁棒优化但该方法并不适用于新能源电力系统的储能相关优化配置, 原因在于文献 [123] 所提方法需要先找到第二阶段线性规划的对偶可行集的所有顶点。涉及储能运行的第二阶段优化问题需要考虑储能的多时间段耦合, 因而不可避免地规模较大, 而找高维数多面体顶点本身是个尚不

能在可接受的时间内有效求解的问题。

文献 [131] 考虑较一般的两阶段分布鲁棒优化, 并转化为 **Copositive** 规划问题。**Copositive** 规划是凸优化中的一个新兴领域, 相关研究成果显示, 很多难以求解的优化问题能够转化为 **Copositive** 规划^[137]。尽管如此, **Copositive** 规划目前还没有成熟的求解方法。文献 [131] 对 Wasserstein 距离采用 1-范数定义并且随机变量取值范围是整个欧式空间的特殊情况, 给出了有效的等价求解方法。然而, 新能源发电和负荷的随机变量是非负且有界的, 超出范围可能使得运行可行域变成空集。此外, 凸函数的 Lipschitz 常数由其边界上局部 Lipschitz 常数决定^[138], 因此随机变量取值范围的边界是重要信息。所以, 直接应用文献 [131] 所提方法可能导致构造的概率分布模糊集过大。因此, 文献 [131] 所提一般和特殊情况方法均不适用于本文所考虑问题。

文献 [132] 将一般形式的两阶段分布鲁棒优化问题转化为传统的两阶段鲁棒优化, 因此可进而使用鲁棒优化相关求解方法。对于新能源发电与负荷这类多面体取值范围的随机变量, 在 1-范数下, 两阶段鲁棒优化可转化为半无限线性规划 (**Semi-Infinite Linear Programming**), 并进一步用 **Benders** 分解求解。然而, 在新能源发电容量作为规划变量之一时, 由于文献 [132] 的鲁棒优化第二阶段中规划变量与随机变量均在变动, 二者的乘积项成为了非线性项, 导致分解算法难以有效求出最优解。因此, 文献 [132] 所提方法不适用于本文所考虑问题的有效求解。

文献 [133] 从理论层面扩展了文献 [123] 的成果, 但未给出本文所考虑问题需要的求解方法。文献 [134] 研究了一类特殊两阶段分布鲁棒优化问题, 没有包括本文所考虑的含有规划变量与随机变量的乘积项的情况。文献 [135] 考虑 Wasserstein 距离采用 ∞ -范数定义并且随机变量取值范围是整个欧式空间的特殊情况, 提出了等价的线性规划求解方法, 但并不适用于本文所考虑问题, 原因在于其概率分布模糊集建模没有利用随机变量取值范围信息。文献 [136] 研究了第二阶段含有整数变量的两阶段分布鲁棒优化, 并对其拉格朗日对偶提出了对偶分解方法进行求解。

根据上述现有文献, 计及随机变量取值范围、考虑一般形式概率分布的基于 Wasserstein 距离的两阶段分布鲁棒优化方法尚未完全成熟, 相关现有方法无法直接应用于新能源电力系统的储能相关优化配置问题, 因此需要有针对性地进行研究并提出有效的方法。

综上所述, 对于高比例新能源电力系统储能容量优化配置问题, 应采用计及随机变量取值范围信息并考虑一般形式概率分布的基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集; 这种概率分布模糊集下的两阶段分布鲁棒优化方法尚未成熟, 有必要针对所考虑的优化配置问题提出一类特定的两阶段分布鲁棒优化问题的建模和求

解方法。

1.2.4.3 分布鲁棒优化在电力系统中的应用

分布鲁棒优化方法在处理含不确定性的优化问题时可兼顾鲁棒性和最优性，因此近年来在一些电力系统优化问题中得到了应用，并且按照应用场景可分为优化调度和优化配置两大类，在表 1.5 和表 1.6 中分别展示了一些代表文献。在许多应用场景中，分布鲁棒优化对比传统随机规划和鲁棒优化显示出了平衡鲁棒性和最优性方面的优越性。

表 1.5 基于分布鲁棒优化的电力系统优化调度文献

文献	不确定性	优化调度内容	概率分布模糊集类型	求解方法
[139]	风电	经济调度	矩	半正定规划
[140]	新能源	经济调度	Wasserstein 距离	凸优化
[141]	风电	经济调度	核密度估计	线性规划
[142]	风电	实时调度	矩	线性规划
[143]	新能源	最优潮流	Wasserstein 距离	线性近似
[144]	风电/光伏	最优潮流	Wasserstein 距离	解耦线性潮流
[145]	风电	最优电-气潮流	矩	混合整数凸优化
[146]	新能源	备用调度	矩	凸优化
[147]	新能源	备用调度	Wasserstein 距离	MILP
[148]	风电	机组组合	Dirichlet 模型	C&CG
[149]	风电	机组组合	Dirichlet 模型	C&CG
[150]	风电	机组组合	正态云模型	C&CG
[151]	线路故障	机组组合	非精确 Dirichlet 模型	C&CG
[152]	风电	电-热综合系统	1-范数和 ∞ -范数置信集	C&CG
[153]	极端天气	电-热综合系统	Wasserstein 距离	C&CG
[154]	风电	电-气综合系统	概率密度函数置信带	MILP
[155]	风电	电-气综合系统	矩	有限维优化
[156]	风电/光伏	主动配电网无功优化	1-范数和 ∞ -范数置信集	C&CG
[157]	风电	主动配电网	1-范数和 ∞ -范数置信集	C&CG

结合前文对新能源独立微网、新能源场站、电网中储能优化配置与分布鲁棒优化方法的综述，高比例新能源电力系统储能容量优化配置研究具有以下需求：采用分布鲁棒优化方法，利用概率分布模糊集为新能源发电与负荷等不确定性进行

表 1.6 基于分布鲁棒优化的电力系统优化配置文献

文献	不确定性	优化配置内容	概率分布模糊集类型	求解方法
[158]	新能源/负荷	主动配电网	矩	MILP
[159]	线路故障	电-气综合系统	矩	C&CG
[160]	充电需求	电动汽车充电站	ϕ -散度	拉格朗日乘子
[101]	风电	储能	KL 散度	线性规划
[161]	风电	风电场	矩	二阶锥规划
[162]	风电/负荷	电源扩展	矩	混合整数二阶锥规划
[163]	风电	电源扩展	单峰性	混合整数二阶锥规划
[164]	负荷	网架扩展	矩	增强 C&CG
[165]	风电/负荷	源-网-荷扩展	矩	MILP

建模,从而考虑经验概率分布的不精确性;为使概率分布模糊集包含真实概率分布,采用考虑一般形式概率分布的基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集,并且计及随机变量的取值范围信息;针对各种高比例新能源电力系统储能容量优化配置场景,提出规划-运行两阶段分布鲁棒优化建模与求解方法。

1.3 研究思路与主要工作

1.3.1 拟解决的关键问题

根据高比例新能源电力系统储能容量优化配置研究的需求与现有研究存在的问题,本文拟解决的关键问题有如下两个层面:

第一,技术层面关键问题为高比例新能源电力系统储能容量优化配置建模与求解方法。

低碳绿色的需求促进了新能源发电的持续快速发展,使高比例新能源电力系统陆续出现并不断增多。配置储能有利于缓解高比例新能源电力系统中新能源随机性和波动性导致的调峰和消纳问题。本文考虑全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置、偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置和低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置三种典型高比例新能源电力系统中储能优化配置场景,分别提出建模与求解方法。

这三种场景有三个方面的共同需求:首先,这些优化配置场景都含有不确定性,可能来自新能源发电和负荷需求。然而,规划阶段难以得到足够多足够精确的数据以建立经验概率分布,直接根据经验概率分布进行优化决策会影响结果的

有效性。因此，需要采用分布鲁棒优化方法考虑经验概率分布的不精确性。因为新能源发电和负荷的概率分布不离散，所以有必要采用考虑一般形式概率分布的概率分布模糊集。其次，这些优化配置场景都具有规划-运行两阶段的特征，其中失负荷、新能源弃电、碳排放等方面的规划需求与运行方式有关，因此需要通过运行优化模型计算数值。所以，有必要采用针对两阶段优化的分布鲁棒优化方法。最后，因为储能通过充放电与储存电能实现了时间上的能量耦合，所以含有储能的运行优化问题必须通过同时考虑多时间段来计及存储电能的变化过程，导致该运行优化问题规模较大，同时随机变量维数较高。所采用的两阶段分布鲁棒优化方法需要能够处理运行优化规模大、随机变量维数高的情况。

在两阶段分布鲁棒优化方法的基础上，高比例新能源电力系统储能容量优化配置建模与求解方法需要进一步解决的关键问题包括：各种场景中包含何种不确定性？不确定性与规划变量如何作用于经济性、失负荷、新能源弃电、碳排放等方面的规划需求？如何使用两阶段分布鲁棒优化模型对优化配置问题进行建模并使其能够反映各种规划需求？如何将模型转化成为可有效求解的形式？

第二，科学层面关键问题为数据驱动的两阶段分布鲁棒优化建模与求解方法。

如前所述，为了提出高比例新能源电力系统储能容量优化配置建模与求解方法，需要首先研究两阶段分布鲁棒优化建模与求解方法，其中概率分布模糊集基于 Wasserstein 距离建立、计及随机变量取值范围并考虑一般形式概率分布。因为储能的时间耦合特性，所采用的两阶段分布鲁棒优化方法应能处理运行优化规模大、随机变量维数高的情况。相关领域尚未完全成熟，有待解决的关键问题包括：适用于高比例新能源电力系统储能容量优化配置各种场景的两阶段分布鲁棒优化问题如何建模？怎样表达为具有一定一般性的数学优化形式？其中各种不确定性表现形式具有何种特征？如何有效求解所考虑的两阶段分布鲁棒优化问题？一般而言，模型越一般化，适用范围越广，但越难提出有效解法。所以，需要寻找并提出既适用于所考虑的优化配置问题，又能够有效求解的两阶段分布鲁棒优化模型及其解法。

1.3.2 研究思路

围绕高比例新能源电力系统储能容量优化配置的关键问题，本文按照理论与应用的方式进行问题拆解，首先提出数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法并将其作为理论基础，然后应用于全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置、偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置和低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置。图 1.4 展示了本文研究框架。

在研究过程中，理论部分与应用部分紧密联系，相辅相成。针对多种场景中遇

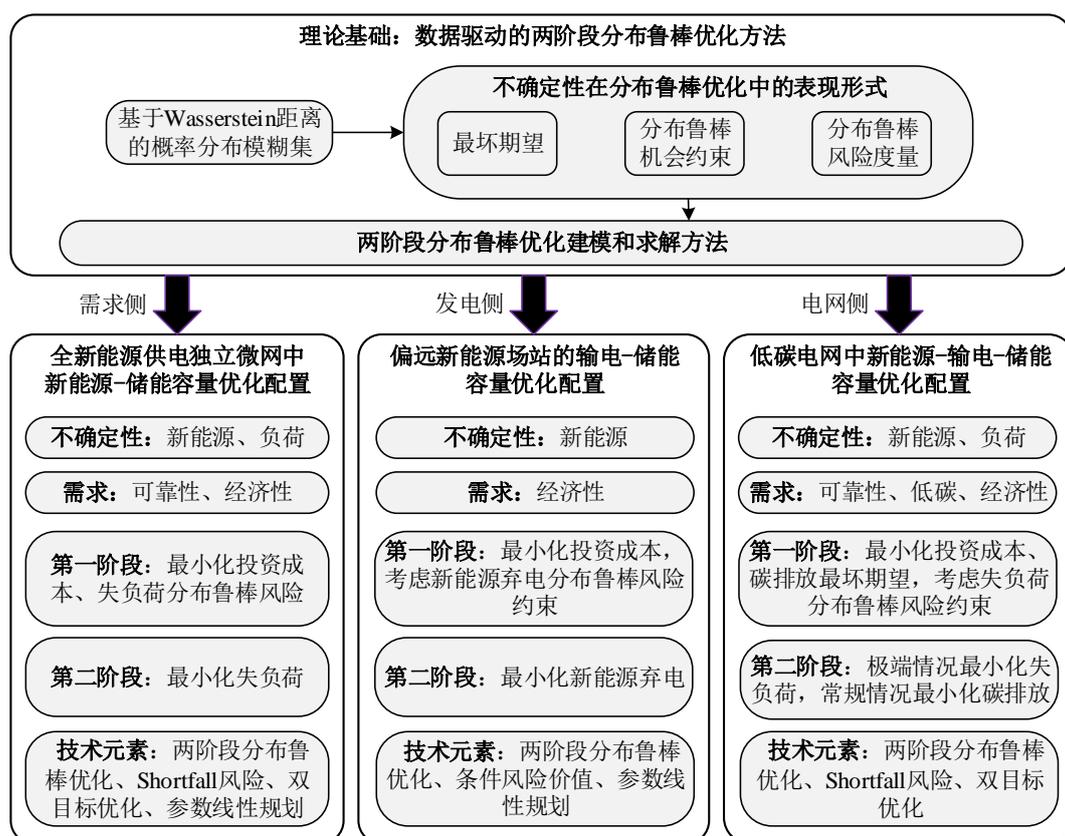


图 1.4 论文研究框架与主要工作

到的不确定性及其特征，在理论部分选择适用的概率分布模糊集类型，并对新能源、负荷等不确定性进行建模。针对优化配置中体现的不确定性对失负荷、新能源弃电、碳排放等规划需求的影响，在理论部分中分析不确定性在分布鲁棒优化中的表现形式，并以最坏期望、分布鲁棒机会约束、分布鲁棒风险度量等方式为上述规划需求建模。针对优化配置中的规划-运行两阶段优化结构，在理论部分中提出两阶段分布鲁棒优化建模方法，将所考虑的优化配置问题抽象为统一的数学优化问题形式。对于含储能的运行优化问题规模大、随机变量维数高的特点，在理论部分提出了适用于这类两阶段分布鲁棒优化的求解方法。为了将理论部分所提求解方法应用于各种场景，针对具体场景，进行模型线性化、分析运行优化问题性质等操作，最终达到解决不同场景下高比例新能源电力系统储能优化配置问题的目的。

1.3.3 主要工作

论文主要工作与后续各章内容归纳如下：

第2章为数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法。首先介绍基于 Wasserstein 距离的考虑一般形式概率分布与随机变量取值范围的概率分布模糊集，然后分析不

确定性在分布鲁棒优化中的表现形式，包括最坏期望、分布鲁棒机会约束、分布鲁棒风险度量。在此基础上，提出一类特定两阶段分布鲁棒优化问题的数学模型，其中第二阶段具有线性规划的形式，随机变量和第一阶段变量仅出现在该线性规划约束右端项中，并且右端项关于随机变量和第一阶段变量分别是仿射的（Affine）。之后，针对所考虑的这类特定两阶段分布鲁棒优化问题提出求解方法，其中第一步为将多种不确定性形式转化为最坏期望，第二步将最坏期望转化为线性模型。分别提出了基于分段仿射函数表达式和基于 Lipschitz 常数的最坏期望转化方法，并且从理论角度对比分析了两种方法的优势与局限性，分别给出了适用情况。所提两阶段分布鲁棒优化方法具有一定的一般性，不仅适用于高比例新能源电力系统储能容量优化配置，而且可用于其他含有随机性的两阶段优化问题。

第3章为全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置。提出了一种针对独立微网的新能源-储能双目标优化配置模型，最小化失负荷风险与总投资成本。其中失负荷程度通过运行优化问题计算并采用 Shortfall 风险进行度量，在过程中考虑了新能源发电与负荷的不确定性。为了计及经验概率分布的不精确性，基于 Wasserstein 距离建立概率分布模糊集，构建失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险模型，等价转化为最坏期望形式，并进一步采用基于 Lipschitz 常数的方法进行保守近似，使得问题转化为双目标线性规划。根据参数线性规划（Parametric Linear Programming）理论说明帕累托前沿（Pareto Frontier）分段仿射，并提出了求解帕累托前沿解析表达式的算法。算例分析中通过与现有方法的对比，验证了所提方法的有效性。

第4章为偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置。新能源资源有时远离主网，导致将偏远新能源场站连接电网的传输线投资成本较高。在新能源场站内配置储能可以通过平滑新能源发电出力曲线，帮助减少新能源弃电，并降低对传输线容量的要求，从而节省投资成本。针对偏远新能源场站，提出了一种联合优化配置场站内储能与连接电网的传输线的分布鲁棒方法，最小化总投资成本并考虑新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束。新能源弃电量由一个运行优化问题的最优值给出，据此证明新能源弃电量是关于容量变量和新能源发电随机变量的分段仿射函数。新能源发电的不确定性由数据驱动的基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集进行建模。通过基于分段仿射函数表达式的方法，所提容量优化配置模型转化为易求解的线性规划。算例分析说明了所提方法的有效性，并进一步从实验角度对比分析基于分段仿射函数表达式和基于 Lipschitz 常数的两种最坏期望转化方法。

第5章为低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置。为了碳中和的目标，未来电力系统将应用高比例新能源以减少碳排放。由于常规火电机组占比下降，需要通过配置储能等方式缓解电力系统调峰压力。考虑电力系统向低碳转变的趋势，

给定未来某时刻常规火电机组退出情况与负荷增长水平,进行新能源-输电-储能容量联合优化配置。新能源发电与负荷需求具有不确定性,根据采样数据建立经验概率分布,并采用基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集建模,在此基础上提出分布鲁棒双目标容量优化配置模型,最小化总投资成本和常规情况碳排放最坏期望,并考虑极端情况失负荷分布鲁棒风险约束。采用基于 Lipschitz 常数的方法,通过分别计算失负荷与碳排放函数的 Lipschitz 常数,将碳排放最坏期望和失负荷分布鲁棒风险转化为线性模型,使得所提容量优化配置模型归结于求解 MILP 问题。算例分析中通过与现有方法的对比验证了所提方法的有效性,研究了新能源发电和储能如何替代常规火电,并将所提模型和方法扩展为考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划方法。

第 6 章总结研究成果并展望后续工作。

第 2 章 数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法

2.1 概述

各种高比例新能源电力系统场景下的储能容量优化配置问题，本质上是含不确定性的两阶段优化，其中在外层的第一阶段为容量规划，在内层的第二阶段为规划变量固定时的运行优化。不确定性来自新能源发电和负荷，由于在规划阶段常常难以得到随机变量的准确概率分布，所以采用数据驱动的分布鲁棒优化方法进行处理。因此，含分布鲁棒不确定性的两阶段优化的模型建立与转化求解是进行高比例新能源电力系统储能容量优化配置研究前需要解决的问题。

已有一些关于数据驱动分布鲁棒优化方法的研究，但是目前对于考虑一般形式概率分布和随机变量取值范围信息、基于 Wasserstein 距离的两阶段分布鲁棒优化，尚未形成成熟有效的建模和求解方法，难以直接应用于高比例新能源电力系统储能容量优化配置。

本章针对一类特定的两阶段分布鲁棒优化提出建模和求解方法，其中处于内层的第二阶段具有线性规划的形式，该线性规划中只有约束右端项含有第一阶段变量和随机变量，并且约束右端项关于第一阶段变量和随机变量分别是仿射的；概率分布模糊集由 Wasserstein 距离定义，包含一般形式的概率分布，并且考虑随机变量取值范围信息。

本章研究框架如图 2.1 所示。首先，2.2 节介绍概率分布模糊集的建模方法，2.3 节描述不确定性在分布鲁棒优化中的表现形式。然后，2.4 节建立所考虑的两阶段分布鲁棒优化的数学模型，2.5 节分析将不确定性的各种表现形式转化为最坏期望的方法，提出两种将最坏期望转化为线性模型的方法，从而能够有效求解所考虑的两阶段分布鲁棒优化问题。最后，2.6 节总结本章研究成果。

2.2 数据驱动的概率分布模糊集建模

本节介绍考虑一般形式概率分布的、计及随机变量取值范围的、基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集的建模。首先，根据随机变量的采样数据构建经验概率分布，然后引入 Wasserstein 距离以衡量两个概率分布之间的距离，最后给出概率分布模糊集的数学定义。“数据驱动”的含义即为利用采样数据构造概率分布模糊集。

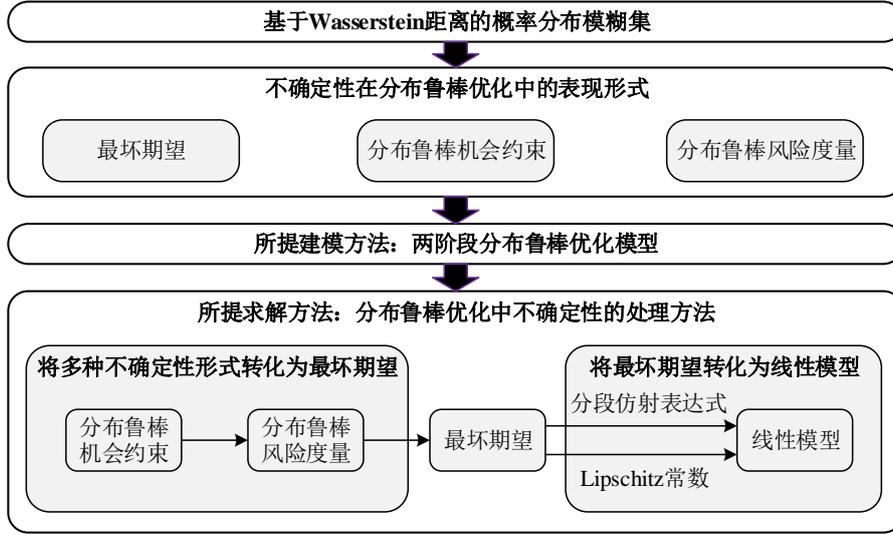


图 2.1 数据驱动的两阶段分布鲁棒优化方法研究框架

2.2.1 经验概率分布

令 ξ 表示随机变量，其取值范围记为 \mathcal{E} 。 $\mathcal{E} \subseteq \mathbb{R}^M$ ， M 表示 ξ 的维数。在实际问题中 \mathcal{E} 有界。已知随机变量的一组采样数据 $\xi_n, n \in \mathcal{S}_N := \{1, 2, \dots, N\}$ 。令 $\mathbf{1}_{\xi_n}$ 表示 ξ_n 处的指示函数 (Indicator Function)，即对任意可测集合 $S \subseteq \mathcal{E}$ ，有

$$\mathbf{1}_{\xi_n}(S) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \xi_n \in S \\ 0, & \text{若 } \xi_n \notin S \end{cases} \quad (2.1)$$

经验概率分布 \mathbb{P}_0 是这些指示函数的平均，即

$$\mathbb{P}_0 := \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{1}_{\xi_n} \quad (2.2)$$

因此对任意可测集合 $S \subseteq \mathcal{E}$ ，有

$$\mathbb{P}_0(S) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{1}_{\xi_n}(S) = \frac{S \text{ 中 } \xi_n \text{ 采样点的数量}}{N} \quad (2.3)$$

2.2.2 Wasserstein 距离

考虑支撑在 \mathcal{E} 上的概率分布 \mathbb{P} ，并要求满足 $\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\|\xi\|_1] = \int_{\mathcal{E}} \|\xi\|_1 \mathbb{P}(d\xi) < \infty$ ，其中 $\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\cdot]$ 表示在 ξ 服从概率分布 \mathbb{P} 的条件下取期望， $\|\cdot\|_1$ 表示 1-范数。满足以上要求的概率分布 \mathbb{P} 组成的集合记为 $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ 。设 $\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2 \in \mathcal{M}(\mathcal{E})$ ，则 \mathbb{P}_1 和 \mathbb{P}_2 之

间的 1-范数 Wasserstein 距离 $d_W(\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2)$ 定义为^[166]

$$\begin{cases} d_W(\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2) := \inf_{\Pi} \int_{\mathcal{E} \times \mathcal{E}} \|\xi - \xi'\|_1 \Pi(d\xi, d\xi') \\ \Pi \text{ 是边缘概率分布为 } \mathbb{P}_1 \text{ 和 } \mathbb{P}_2 \text{ 的联合概率分布} \end{cases} \quad (2.4)$$

可以证明 d_W 对任意 $\mathbb{P}_1, \mathbb{P}_2 \in \mathcal{M}(\mathcal{E})$ 均有定义, 并且满足距离的条件, 因此式 (2.4) 定义的 Wasserstein 距离能够衡量 $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ 中任意两个概率分布之间的差距。

式 (2.4) 中 Wasserstein 距离由一个优化问题的最优值定义, 其中决策变量是联合概率分布 Π , 优化目标是最小化一个积分。实际上, Wasserstein 距离与最优传输问题 (Optimal Transport Problem) 有紧密联系。可以将 \mathbb{P}_1 和 \mathbb{P}_2 看作质量分布的描述, 并将联合概率分布 Π 看作把质量分布 \mathbb{P}_1 变成 \mathbb{P}_2 的一种方式。距离越远传输成本越高, 所以范数 $\|\cdot\|_1$ 可以衡量单位质量传输成本。因此, 式 (2.4) 中的积分表示总传输成本, 从而 Wasserstein 距离是质量分布 \mathbb{P}_1 和 \mathbb{P}_2 之间的最小传输成本。

2.2.3 概率分布模糊集

概率分布模糊集是一族接近经验概率分布的概率分布。采用 Wasserstein 距离衡量接近程度, 以经验概率分布 \mathbb{P}_0 为中心, 非负常数 ϵ 为半径的概率分布模糊集定义为^[123]

$$\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon) := \{\mathbb{P} \in \mathcal{M}(\mathcal{E}) \mid d_W(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) \leq \epsilon\} \quad (2.5)$$

因此, 概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 由 $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ 中所有与 \mathbb{P}_0 的 Wasserstein 距离不超过 ϵ 的概率分布组成。因为 $\mathcal{M}(\mathcal{E})$ 对其中的概率分布形式没有要求, 所以式 (2.5) 定义的概率分布模糊集包含一般形式的概率分布, 特别地, 同时包含离散概率分布和连续概率分布。

由于采样数据有限, 经验概率分布 \mathbb{P}_0 与真实概率分布有差距。尽管如此, 在合理选取 ϵ 时, 真实概率分布会以较高概率位于概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 之中^[167]。分布鲁棒优化中考虑概率分布模糊集里的最坏概率分布, 所以为经验概率分布的不精确性保留了一定裕度。现有文献已经对如何合理选取参数 ϵ 有所研究, 例如文献 [167]。本文将通过算例进一步讨论参数 ϵ 如何合理选取, 见 3.4.4 节与 4.4.5 节。

2.3 不确定性在分布鲁棒优化中的表现形式

不确定性主要以期望、机会约束、风险度量等表现形式在优化问题中出现，而这些形式在分布鲁棒优化中分别对应最坏期望、分布鲁棒机会约束、分布鲁棒风险度量。其中，分布鲁棒机会约束只能出现在优化问题的约束中，而最坏期望和分布鲁棒风险度量既能出现在约束中，也能出现在目标函数中。本节描述上述各种表现形式的数学模型。

2.3.1 最坏期望

令 $g(\xi)$ 表示一个关于随机变量 ξ 的实值可测函数。在 ξ 服从概率分布 \mathbb{P} 的条件下，若 $g(\xi)$ 的期望存在，则应为 $\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\xi)] = \int_{\Xi} g(\xi) \mathbb{P}(d\xi)$ 。当概率分布 \mathbb{P} 在概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中变动时，对应的期望值随之改变。根据分布鲁棒优化的思想，考虑最坏概率分布下的期望，并称之为最坏期望。如果 $g(\xi)$ 反映损失，那么损失越大则情况越坏，这时最坏期望为

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\xi)] \quad (2.6)$$

即 \mathbb{P} 在 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中变动时 $\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\xi)]$ 的上确界。如果真实概率分布被包含在 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中，那么真实概率分布下的损失期望将不超过最坏期望，从而使得最坏期望给出了真实损失期望的一个保守估计。

2.3.2 分布鲁棒机会约束

设 S 为 Ξ 的一个可测子集，当 ξ 服从 \mathbb{P} 时随机事件 S 发生的概率记为 $\mathbb{P}[\xi \in S]$ 。如果 S 表示损失可接受或者不产生损失的事件，那么要求 S 发生的概率不小于给定阈值 $1 - \delta$ 的约束具有机会约束的形式，即 $\mathbb{P}[\xi \in S] \geq 1 - \delta$ 。在分布鲁棒优化中，要求对概率分布模糊集中的任何概率分布，事件 S 发生的概率都不小于 $1 - \delta$ ，即

$$\inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{P}[\xi \in S] \geq 1 - \delta \quad (2.7)$$

并称之为分布鲁棒机会约束。如果 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 包含了真实概率分布，那么式 (2.7) 成立时 S 发生的真实概率不会小于 $1 - \delta$ 。

2.3.3 分布鲁棒风险度量

设 $g(\xi)$ 是一个表示损失的关于 ξ 的实值可测函数，也可以看作一个表示损失的实值随机变量。本小节介绍三种常见风险度量，分别是 VaR、CVaR、Shortfall 风险，并描述对应的分布鲁棒风险度量。

在 ξ 服从 \mathbb{P} 时, 损失 $g(\xi)$ 的参数为 β 的 VaR 定义为^[168]

$$\beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\xi)) := \inf \{r \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}[g(\xi) \leq r] \geq \beta\} \quad (2.8)$$

因此, $\beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\xi))$ 是使得损失 $g(\xi) \leq r$ 的随机事件发生概率不小于 β 的最小阈值 r 。 $\beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\xi))$ 越大, 说明为了保证概率不小于 β 而设定的损失阈值越大, 反映风险越大。

在此基础上可定义参数为 β 的 CVaR^[168]:

$$\beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\xi)) := \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\xi) \mid g(\xi) \geq \beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\xi))] \quad (2.9)$$

即 $g(\xi) \geq \beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\xi))$ 事件发生时的 $g(\xi)$ 的条件期望, 值越大反映损失风险越大。

Shortfall 风险是一种具有凸性质的风险度量, 并且具有两个参数, 其中常数 λ 表示可接受的最大损失, 函数 $l: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是非常值函数的递增凸函数, 用于体现损失坏的程度。参数为 λ 和 l 的 Shortfall 风险定义为^[169]

$$\text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g(\xi)) := \inf \{r \in \mathbb{R} \mid \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g(\xi) - r)] \leq \lambda\} \quad (2.10)$$

因此, $\text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g(\xi))$ 是为了使得期望损失程度不超过 λ 所需要另外投入的最小数额, 数额越小说明风险越小。

上述几种风险度量均在概率分布 \mathbb{P} 下, 所以他们的分布鲁棒形式通过 \mathbb{P} 在 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中变动时对风险度量取上确界得到。如果将 ξ 服从 \mathbb{P} 时 $g(\xi)$ 的风险度量记为 $r^{\mathbb{P}}(g(\xi))$, 则分布鲁棒风险度量为

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} r^{\mathbb{P}}(g(\xi)) \quad (2.11)$$

因为损失期望 $\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\xi)]$ 也可以看作损失的一种风险度量^[170], 所以最坏期望是分布鲁棒风险度量的一种特殊情况。

2.4 两阶段分布鲁棒优化模型

本文考虑的高比例新能源电力系统的储能容量优化配置问题具有两阶段优化的形式。位于外层的第一阶段为容量规划, 决策变量表示待规划元件的容量, 记作 \mathbf{x} 。位于内层的第二阶段为运行优化。此时容量变量 \mathbf{x} 固定, 表示新能源发电和负荷的随机变量 ξ 有具体的采样值, 因此也固定。第二阶段优化通过调节运行变量 \mathbf{y} , 在固定的 \mathbf{x} 和 ξ 下最小化失负荷、新能源弃电量、碳排放等目标, 所以第二阶段最优值可以看作关于 \mathbf{x} 和 ξ 的函数, 且带有不确定性。通过 2.3 节中的几种可能的表现形式, 第二阶段的不确定性在第一阶段优化中出现, 从而构成两阶段分布鲁棒优化模型。

第一阶段优化的数学模型为

$$\begin{aligned}
 \min_{\mathbf{x} \in X} \quad & \mathbf{c}^\top \mathbf{x} + \sum_{i \in I_1} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_i, \epsilon_i)} r_i^{\mathbb{P}}[g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})] \\
 \text{s.t.} \quad & \inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_i, \epsilon_i)} \mathbb{P}[\boldsymbol{\xi} \in S_i(\mathbf{x})] \geq 1 - \delta_i, \quad \forall i \in I_2 \\
 & \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_i, \epsilon_i)} r_i^{\mathbb{P}}[g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})] \leq \delta_i, \quad \forall i \in I_3
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

式 (2.12) 中 X 是第一阶段决策变量 x 的取值范围, 在实际问题中 X 有界; \mathbf{c} 是系数常向量; 分布鲁棒机会约束出现在约束中, 分布鲁棒风险度量出现在目标函数和约束中。注意到最坏期望是分布鲁棒风险度量的一种特殊情况, 所以式 (2.12) 中也可以包含最坏期望。经验概率分布、概率分布模糊集半径、损失函数、风险度量、概率和 risk 的上界等可能出现多个而且相互之间有所不同, 所以用指标 i 区分, 并且 I_1 、 I_2 、 I_3 为指标集, 若是空集说明相应的约束或目标函数组成部分不出现。损失函数 $g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 由第二阶段优化定义, 因此不仅与 $\boldsymbol{\xi}$ 有关, 还受到 \mathbf{x} 影响。类似地, 随机事件 $S_i(\mathbf{x})$ 是随机变量取值范围 Ξ 的一个子集, 也由第二阶段给出, 且与 \mathbf{x} 有关。

定义损失函数 $g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 的第二阶段优化数学模型为

$$\begin{aligned}
 g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) := \min_{\mathbf{y}} \quad & \mathbf{d}_i^\top \mathbf{y} \\
 \text{s.t.} \quad & \mathbf{A}_i \mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_{i,1} \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_{i,m} \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}_i \mathbf{x} + \mathbf{F}_i \boldsymbol{\xi} + \mathbf{h}_i
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

其中 \mathbf{d}_i 、 \mathbf{A}_i 、 \mathbf{E}_i 、 \mathbf{F}_i 、 \mathbf{h}_i 、 $\mathbf{B}_{i,j}$, $j = 1, 2, \dots, m$ 是常系数矩阵或者向量。因此, $g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 是关于 \mathbf{y} 的线性规划的最优值, \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\xi}$ 只出现在该线性规划的约束右端项, 并且约束右端项关于 \mathbf{x} 或者 $\boldsymbol{\xi}$ 都是仿射的。本文要求损失函数 $g_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ 取有限值。

定义随机事件 $S_i(\mathbf{x})$ 的第二阶段数学模型为

$$S_i(\mathbf{x}) := \left\{ \boldsymbol{\xi} \in \Xi \mid \exists \mathbf{y} \text{ s.t. } \mathbf{A}_i \mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_{i,1} \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_{i,m} \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}_i \mathbf{x} + \mathbf{F}_i \boldsymbol{\xi} + \mathbf{h}_i \right\} \tag{2.14}$$

即 $S_i(\mathbf{x})$ 包含 Ξ 中所有使得其中约束有解 \mathbf{y} 的 $\boldsymbol{\xi}$ 取值, 因此 $S_i(\mathbf{x})$ 与 \mathbf{x} 有关且 $S_i(\mathbf{x}) \subseteq \Xi$ 。

式 (2.12)、式 (2.13) 和式 (2.14) 共同给出了本文所考虑的两阶段分布鲁棒优化数学模型。这是一类特定形式的两阶段分布鲁棒优化问题: 第二阶段由线性

优化或者线性约束组给出定义，其中第一阶段决策变量和随机变量只出现在约束右端项中，并且约束右端项关于二者分别是仿射函数。虽然第二阶段是线性的，但是在第一阶段可以通过 $\mathbf{x} \in X$ 包含非线性，例如要求 \mathbf{x} 或者其中一部分是整数变量。

采用上述特定形式的两阶段分布鲁棒优化问题的原因在于：一方面，本文所考虑的三种高比例新能源电力系统储能容量优化配置场景均可建模成这种形式，所以据此发展的建模和求解方法可以作为解决本文问题的基础；另一方面，本章后续提出的不确定性处理方法，特别是将最坏期望转化为线性模型的两种方法，利用了这种特定形式。

2.5 分布鲁棒优化中不确定性的处理方法

2.4 节中建立的两阶段分布鲁棒优化模型无法直接求解，难点在于两阶段和分布鲁棒不确定性。本节提出求解方法，首先将多种不确定性形式转化为最坏期望，然后提出两种把最坏期望转化为线性模型的方法，他们分别基于分段仿射函数表达式和 Lipschitz 常数，并且转化后的模型可以直接求解。最后，对比分析两种所提转化方法。

2.5.1 将多种不确定性形式转化为最坏期望

根据 2.3 节，需要将分布鲁棒机会约束、分布鲁棒 VaR、分布鲁棒 CVaR、分布鲁棒 Shortfall 风险转化为最坏期望。为此，建立四步转化过程：第一步，用分布鲁棒 VaR 约束等价表达分布鲁棒机会约束；第二步，用分布鲁棒 CVaR 给出分布鲁棒 VaR 的保守估计；第三步，用最坏期望等价表达分布鲁棒 CVaR；第四步，用最坏期望表达分布鲁棒 Shortfall 风险。上述四步中的第一、二、三步组合可以转化分布鲁棒机会约束，第二、三步组合可以转化分布鲁棒 VaR，第三步可以转化分布鲁棒 CVaR，第四步可以转化分布鲁棒 Shortfall 风险。以下分别描述这四步转化过程。

2.5.1.1 用分布鲁棒 VaR 约束等价表达分布鲁棒机会约束

根据式 (2.7) 和式 (2.14)，需要转化的分布鲁棒机会约束如下：

$$\inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{P} \left[\left\{ \xi \in \Xi \mid \exists \mathbf{y} \text{ s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \xi \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \xi \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\xi + \mathbf{h} \right\} \geq 1 - \delta \right] \quad (2.15)$$

首先定义损失函数：

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) &:= \min_{\mathbf{y}, \mathbf{v}} \mathbf{1}^\top \mathbf{v} \\
 \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{v} &\geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h}, \mathbf{v} \geq \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

其中 \mathbf{v} 是新增的辅助变量， $\mathbf{1}$ 表示和 \mathbf{v} 相同维数的全 1 向量。增加的辅助变量用于松弛式 (2.15) 中约束，使得式 (2.16) 中线性规划总是可行且最优值不小于 0。在不需要松弛的情况下，即式 (2.15) 中约束可行时，式 (2.16) 中线性规划最优值等于 0。因此，损失函数 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 良定义，且满足以下等价关系：

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \leq 0 \iff \exists \mathbf{y} \text{ s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \tag{2.17}$$

所以，式 (2.15) 等价于

$$\inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{P}[g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \leq 0] \geq 1 - \delta \tag{2.18}$$

根据式 (2.8) 中 VaR 的定义， $(1 - \delta)\text{-VaR}^\mathbb{P}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}))$ 是使得 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \leq r$ 发生概率不小于 $1 - \delta$ 的最小阈值 r ，所以

$$\mathbb{P}[g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \leq 0] \geq 1 - \delta \iff (1 - \delta)\text{-VaR}^\mathbb{P}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) \leq 0 \tag{2.19}$$

因此式 (2.18) 等价于

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} (1 - \delta)\text{-VaR}^\mathbb{P}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) \leq 0 \tag{2.20}$$

所以，式 (2.20) 中分布鲁棒 VaR 约束等价地表达了式 (2.15) 中分布鲁棒机会约束。

实际上，损失函数可以通过式 (2.16) 以外的方式定义，只需良定义且满足式 (2.17) 中等价关系，即可按照后续步骤得到等价的分布鲁棒 VaR 约束。例如，如果分布鲁棒机会约束表示不发生失负荷的概率不小于给定阈值，那么可以根据物理意义将损失函数定义为最小失负荷，使得不发生失负荷等价于最小失负荷不超过 0。

2.5.1.2 用分布鲁棒 CVaR 给出分布鲁棒 VaR 的保守估计

根据式 (2.9) 中 CVaR 的定义, β -CVaR $^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi))$ 是 $g(\mathbf{x}, \xi) \geq \beta$ -VaR $^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi))$ 时的 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的条件期望, 因此有

$$\beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \geq \beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \quad (2.21)$$

所以, 分布鲁棒 CVaR 给出了分布鲁棒 VaR 的保守估计, 即

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \geq \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \quad (2.22)$$

事实上, VaR 非凸, 而 CVaR 是 VaR 最好的凸近似^[171]。凸性质对于优化问题的有效求解十分重要, 对于能否在可接受的时间内找到全局最优解有关键影响, 因此本文采用 CVaR 近似 VaR。

2.5.1.3 用最坏期望等价表达分布鲁棒 CVaR

根据文献 [168] 中定理 1, β -CVaR $^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi))$ 可以通过下式计算:

$$\beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) = \min_{r \in \mathbb{R}} \left\{ r + \frac{1}{1 - \beta} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - r, 0\}] \right\} \quad (2.23)$$

再利用随机鞍点定理 (Stochastic Saddle Point Theorem)^[172], $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)}$ 和 $\min_{r \in \mathbb{R}}$ 可交换, 即

$$\begin{aligned} & \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \\ &= \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \min_{r \in \mathbb{R}} \left\{ r + \frac{1}{1 - \beta} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - r, 0\}] \right\} \\ &= \min_{r \in \mathbb{R}} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \left\{ r + \frac{1}{1 - \beta} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - r, 0\}] \right\} \\ &= \min_{r \in \mathbb{R}} \left\{ r + \frac{1}{1 - \beta} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - r, 0\}] \right\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

定义新的损失函数并代入 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的表达式如下:

$$g_1((\mathbf{x}, r), \xi) := \begin{cases} \min_s s \\ \text{s.t. } s \geq g(\mathbf{x}, \xi) - r, s \geq 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

$$= \begin{cases} \min_{\mathbf{y}, s} s \\ \text{s.t. } s \geq \mathbf{d}^\top \mathbf{y} - r, s \geq 0 \\ \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \end{cases} \quad (2.26)$$

其中 s 是引入的辅助变量。式 (2.25) 中线性规划总存在有限最优值, 所以 $g_1(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 良定义。当把 $\mathbf{y}_1 := (\mathbf{y}, s)$, 即 \mathbf{y} 和 s 组合成的列向量, 看作新的第二阶段决策变量, 并把 $\mathbf{x}_1 := (\mathbf{x}, r)$ 看作新的第一阶段决策变量时, 式 (2.26) 中线性规划具有与式 (2.13) 中线性规划相同的形式。因此, $g_1((\mathbf{x}, r), \boldsymbol{\xi})$ 是本文所考虑的第二阶段优化定义的损失函数。根据 $g_1((\mathbf{x}, r), \boldsymbol{\xi})$ 的定义, 它是同时大于等于 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r$ 和 0 的最小实数, 也就是 $\max\{g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r, 0\}$ 。

利用式 (2.24) 和 $g_1((\mathbf{x}, r), \boldsymbol{\xi})$, 可用最坏期望表达分布鲁棒 CVaR 如下:

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) = \min_{r \in \mathbb{R}} \left\{ r + \frac{1}{1 - \beta} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g_1((\mathbf{x}, r), \boldsymbol{\xi})] \right\} \quad (2.27)$$

若分布鲁棒 CVaR 出现在目标函数中, 用式 (2.27) 右端大括号内的部分替换分布鲁棒 CVaR 即可。对于出现在约束中的情况, 分布鲁棒 CVaR 约束

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) \leq \delta \quad (2.28)$$

等价于

$$\exists r \in \mathbb{R} \text{ s.t. } r + \frac{1}{1 - \beta} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g_1((\mathbf{x}, r), \boldsymbol{\xi})] \leq \delta \quad (2.29)$$

2.5.1.4 用最坏期望表达分布鲁棒 Shortfall 风险

根据文献 [169] 中命题 1, 有

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \text{SR}_{l, \lambda}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) = \begin{cases} \min_{r \in \mathbb{R}} r \\ \text{s.t. } \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r)] \leq \lambda \end{cases} \quad (2.30)$$

式 (2.30) 已将分布鲁棒 Shortfall 风险用最坏期望表达, 但最坏期望内部的 $l(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r)$ 尚未转化成本文所考虑的损失函数形式, 即式 (2.13) 中定义的形式。为此, 需要进一步假定函数 $l: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 分段仿射。在 Shortfall 风险的定义中, 已要求 l 凸、递增、非常值函数。因此, 加上分段仿射的条件后, 可设 $l(t) = \max_{i \in I} \{c_{1,i}t + c_{0,i}\}$, 其中 t 是函数 l 的自变量, I 是指标集, $c_{1,i}$ 和 $c_{0,i}$ 分别是仿射函数的一次和零次项

系数, 且 $c_{1,i} \geq 0, \forall i \in I$ 。所以

$$\begin{aligned}
 & l(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r) \\
 &= \max_{i \in I} \{c_{1,i}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r) + c_{0,i}\} \\
 &= \begin{cases} \min_s s \\ \text{s.t. } c_{1,i}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r) + c_{0,i} \leq s, \forall i \in I \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \min_{\mathbf{y}, s} s \\ \text{s.t. } c_{1,i}(\mathbf{d}^\top \mathbf{y} - r) + c_{0,i} \leq s, \forall i \in I \\ \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \end{cases} \quad (2.31)
 \end{aligned}$$

与式 (2.25) 和式 (2.26) 类似, 其中 s 是引入的辅助变量, 把 $\mathbf{y}_1 := (\mathbf{y}, s)$ 看作第二阶段决策变量, 把 $\mathbf{x}_1 := (\mathbf{x}, r)$ 看作第一阶段决策变量, 则 $l(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r)$ 具有式 (2.13) 中的形式, 即为本文所考虑的损失函数。

一般形式的函数 l 可以通过分段仿射函数近似。因为在实际问题中损失 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 有界, 所以只需要在有界集中用分段仿射函数近似 l , 并采用合理的分段数量达到所需的近似精度。因此, 函数 l 分段仿射是个较弱的假定条件。

2.5.2 基于分段仿射函数表达式将最坏期望转化为线性模型

无法直接计算、需要转化的最坏期望为 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^\mathbb{P}[g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})]$, 其中损失函数为

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) &:= \min_{\mathbf{y}} \mathbf{d}^\top \mathbf{y} \\
 \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} &\geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} =: \boldsymbol{\theta} \quad (2.32)
 \end{aligned}$$

转化思路为, 利用参数线性规划将损失函数用凸的分段仿射函数表示, 然后再利用分段仿射函数最坏期望的相关结论得到线性模型。为此, 令 $\boldsymbol{\theta}$ 表示式 (2.32) 中约束右端项, 并作为参数线性规划参数向量的取值范围, 即

$$\Theta := \left\{ \boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \mid \mathbf{x} \in X, \boldsymbol{\xi} \in \Xi \right\} \quad (2.33)$$

根据参数线性规划理论, $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 是一族仿射函数取最大后的结果, 即^[173]

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \max_{i \in I} \boldsymbol{\gamma}_i^\top \boldsymbol{\theta} \quad (2.34)$$

其中 I 是指标集, $\boldsymbol{\gamma}_i$ 是常数向量。对任意 $i \in I$, $\boldsymbol{\gamma}_i^\top \boldsymbol{\theta}$ 均为关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的仿射函数, 这些仿射函数取最大值后, $\boldsymbol{\theta}$ 被分成一些临界区域 (Critical Region), 在每个区域中某个 $\boldsymbol{\gamma}_i^\top \boldsymbol{\theta}$ 最大, 所以 $\max_{i \in I} \boldsymbol{\gamma}_i^\top \boldsymbol{\theta}$ 是一个分段仿射函数的表达式。进一步代入 $\boldsymbol{\theta}$ 的定义得

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) &= \max_{i \in I} \boldsymbol{\gamma}_i^\top \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \right) \\ &= \max_{i \in I} \left(\boldsymbol{\gamma}_i^\top \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \end{pmatrix} + \boldsymbol{\gamma}_i^\top \mathbf{F} \right) \boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{\gamma}_i^\top (\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

从式 (2.35) 可以看出, 当 \mathbf{x} 固定不变时, $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 可以看作一族关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的仿射函数取最大后的结果。为简洁起见, 记作

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \max_{i \in I} (\mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x}))^\top \boldsymbol{\xi} + \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{x}) \quad (2.36)$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x}) &:= \boldsymbol{\gamma}_i^\top \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \end{pmatrix} + \boldsymbol{\gamma}_i^\top \mathbf{F}, \quad \forall i \in I \\ \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{x}) &:= \boldsymbol{\gamma}_i^\top (\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{h}), \quad \forall i \in I \end{aligned} \quad (2.37)$$

均关于 \mathbf{x} 仿射。

将 $\boldsymbol{\xi}$ 的取值范围 Ξ 写成 $\Xi = \{\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^M \mid \mathbf{K}\boldsymbol{\xi} \leq \mathbf{k}\}$ 的形式, 其中 \mathbf{K} 和 \mathbf{k} 是常系数矩阵和向量。根据文献 [123] 中引理 5.1, 最坏期望 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}} g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 等于

$$\begin{aligned} \min_{\rho, s, \boldsymbol{\sigma}} \quad & \epsilon \rho + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{\sigma}_{ni} \geq \mathbf{0}, \quad \forall n \in S_N, i \in I \\ & \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{x}) + (\mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x}))^\top \boldsymbol{\xi}_n + (\mathbf{k} - \mathbf{K}\boldsymbol{\xi}_n)^\top \boldsymbol{\sigma}_{ni} \leq s_n, \quad \forall n \in S_N, i \in I \\ & \|\mathbf{K}^\top \boldsymbol{\sigma}_{ni} - \mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x})\|_\infty \leq \rho, \quad \forall n \in S_N, i \in I \end{aligned} \quad (2.38)$$

其中 ρ 、 s 、 $\boldsymbol{\sigma}$ 是辅助变量, $\|\cdot\|_\infty$ 是 ∞ -范数, $\mathbf{0}$ 是全 0 列向量。利用 ∞ -范数的定

义，可以进一步得到最坏期望 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}} g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 等于

$$\begin{aligned}
 & \min_{\rho, s, \boldsymbol{\sigma}} \epsilon \rho + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n \\
 & \text{s.t. } \boldsymbol{\sigma}_{ni} \geq \mathbf{0}, \forall n \in S_N, i \in I \\
 & \quad \mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{x}) + (\mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x}))^\top \boldsymbol{\xi}_n + (\mathbf{k} - \mathbf{K} \boldsymbol{\xi}_n)^\top \boldsymbol{\sigma}_{ni} \leq s_n, \forall n \in S_N, i \in I \\
 & \quad \mathbf{K}^\top \boldsymbol{\sigma}_{ni} - \mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x}) \leq \rho \mathbf{1}, \forall n \in S_N, \forall i \in I \\
 & \quad -\mathbf{K}^\top \boldsymbol{\sigma}_{ni} + \mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x}) \leq \rho \mathbf{1}, \forall n \in S_N, \forall i \in I
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

其中 $\mathbf{1}$ 是全 1 向量。注意到 $\mathbf{d}_{1,i}(\mathbf{x})$ 和 $\mathbf{d}_{0,i}(\mathbf{x})$ 关于 \mathbf{x} 仿射，且 $\boldsymbol{\xi}_n, n \in S_N$ 作为 $\boldsymbol{\xi}$ 的采样是参数，因此式 (2.39) 中不再含有不确定性，并且是最坏期望等价的线性模型。

2.5.3 基于 Lipschitz 常数将最坏期望转化为线性模型

基于 Lipschitz 常数的方法根据文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5 给出最坏期望 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}} g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 的一个保守估计。为此，需要首先证明损失函数关于随机变量恰当 (Proper)、凸，且在 1-范数下 Lipschitz 连续。之后，将最坏期望的保守估计转换成含有 Lipschitz 常数的线性模型。最后，提出 Lipschitz 常数的计算方法。

2.5.3.1 证明损失函数性质

以下证明损失函数关于随机变量恰当、凸、在 1-范数下 Lipschitz 连续。

固定 $\mathbf{x} \in X$ ，将损失函数 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 看作关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的函数 $g_1(\boldsymbol{\xi})$ ，即

$$g_1(\boldsymbol{\xi}) := g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} \min_{\mathbf{y}} \mathbf{d}^\top \mathbf{y} \\ \text{s.t. } \mathbf{A} \mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E} \mathbf{x} + \mathbf{F} \boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \end{cases} \tag{2.40}$$

$$= \begin{cases} \min_{\mathbf{y}} \mathbf{d}^\top \mathbf{y} \\ \text{s.t. } \mathbf{A} \mathbf{y} \geq \begin{pmatrix} \left(\mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \right) \\ \vdots \\ \left(\mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \right) \end{pmatrix} + \mathbf{F} \end{cases} \boldsymbol{\xi} + (\mathbf{E} \mathbf{x} + \mathbf{h}) \tag{2.41}$$

本文对损失函数的定义要求 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ 取有限值，因此 $g_1(\boldsymbol{\xi})$ 是恰当函数。

$g_1(\boldsymbol{\xi})$ 为式 (2.41) 中线性规划的最优值。根据线性规划性质^[174]， $g_1(\boldsymbol{\xi})$ 关于

ξ 连续且凸。事实上，若 \mathbf{y}_1 和 \mathbf{y}_2 分别是 $\xi_1 \in \Xi$ 和 $\xi_2 \in \Xi$ 下式 (2.41) 中线性规划的最优解，那么对任意常数 $t \in [0, 1]$ ， $t\mathbf{y}_1 + (1-t)\mathbf{y}_2$ 是 $t\xi_1 + (1-t)\xi_2$ 下的一个可行解，所以

$$g_1(t\xi_1 + (1-t)\xi_2) \leq tg_1(\xi_1) + (1-t)g_1(\xi_2) \quad (2.42)$$

即 $g_1(\xi)$ 是凸函数。

称 $g_1(\xi)$ 在 1-范数下 L -Lipschitz 连续，若满足

$$|g_1(\xi_1) - g_1(\xi_2)| \leq L\|\xi_1 - \xi_2\|_1, \forall \xi_1, \xi_2 \in \Xi \quad (2.43)$$

其中 L 称为 $g_1(\xi)$ 的一个 Lipschitz 常数。根据参数线性规划理论^[173]， $g_1(\xi)$ 是分段仿射函数，所以在每一临界区域内部存在不变的局部 Lipschitz 常数。再利用 Lipschitz 连续和局部 Lipschitz 连续的关系^[138]，以及实际问题中 Ξ 有界，得到 $g_1(\xi)$ 在 Ξ 上 Lipschitz 连续。

2.5.3.2 导出最坏期望的一个保守估计及其线性模型

已证明 $g_1(\xi)$ 恰当、凸，且在 1-范数下 Lipschitz 连续，将 Lipschitz 常数记为 L ，根据文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5，有

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g_1(\xi)] \leq \epsilon L + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N g_1(\xi_n) \quad (2.44)$$

不再固定 \mathbf{x} 并回到损失函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ ，则最坏期望满足

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\mathbf{x}, \xi)] \leq \epsilon L(\mathbf{x}) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N g(\mathbf{x}, \xi_n), \forall \mathbf{x} \in X \quad (2.45)$$

其中 $L(\mathbf{x})$ 表示固定 \mathbf{x} 时 $g_1(\xi)$ 的 Lipschitz 常数。 \mathbf{x} 在 X 中变动时， $L(\mathbf{x})$ 有可能随之改变。

进一步代入损失函数的定义，得到 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g(\mathbf{x}, \xi)]$ 的一个保守估计如下：

$$\begin{aligned} \min_{s_n, \mathbf{y}_n} \quad & \epsilon L(\mathbf{x}) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s_n \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{d}^\top \mathbf{y}_n \leq s_n, \forall n \in S_N \\ & \mathbf{A} \mathbf{y}_n \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \xi_n \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \xi_n \end{pmatrix} + \mathbf{E} \mathbf{x} + \mathbf{F} \xi_n + \mathbf{h}, \forall n \in S_N \end{aligned} \quad (2.46)$$

其中 s_n ， $n \in S_N$ 是引入的辅助变量。式 (2.46) 中约束关于 $(\mathbf{x}, s_n, \mathbf{y}_n; n \in S_N)$ 是

仿射的。如果 $L(\mathbf{x})$ 关于 \mathbf{x} 仿射，那么式 (2.46) 就给出了最坏期望的线性模型。如果 $L(\mathbf{x})$ 不是仿射的，可以用仿射保守近似代替。为了让式 (2.46) 能够直接应用于实际问题，还需要知道 Lipschitz 常数 $L(\mathbf{x})$ 。

2.5.3.3 计算 Lipschitz 常数

以下提出一种计算 Lipschitz 常数 $L(\mathbf{x})$ 的方法，但有时可以不计算而直接推导出 Lipschitz 常数，例如第 3 章命题 3.3 和第 4 章命题 4.2。

定义新的辅助变量 $\boldsymbol{\gamma}$ 及其取值范围如下：

$$\boldsymbol{\gamma} := \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix}, \quad \Gamma := \left\{ \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} \mid \mathbf{x} \in X, \boldsymbol{\xi} \in \Xi \right\} \quad (2.47)$$

按照损失函数定义， $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 对任意 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ 和 $\mathbf{x} \in X$ 取有限值，因此根据线性规划的强对偶理论^[174]，有

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) &= \begin{cases} \min_{\mathbf{y}} \mathbf{d}^\top \mathbf{y} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \end{cases} \\ &= \begin{cases} \max_{\boldsymbol{\mu}} (\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h})^\top \boldsymbol{\mu} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{d}, \boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.48)$$

其中 $\boldsymbol{\mu}$ 是对偶变量，且以下 KKT 条件是最优解的充分必要条件：

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h} \\ \mathbf{A}^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{d}, \boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0} \\ (-\mathbf{A}\mathbf{y} + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} + \mathbf{h})^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.49)$$

引入记号 $(\cdot)_k$ 表示括号中向量的第 k 个分量， $(\cdot)_{k,l}$ 表示括号中矩阵第 k 行第 l 列的元素。利用 $\mathbf{x} \in X$ 、 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi$ 、 $\boldsymbol{\gamma} \in \Gamma$ 的取值范围，采用大 M 法 (Big-M Method)，通过以下 MILP 寻找最优解处第 k 个对偶变量的最大值的一个上界：

$$\max_{\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{y}, \mathbf{z}} (\boldsymbol{\mu})_k \quad (2.50)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} \in X, \boldsymbol{\xi} \in \Xi, \boldsymbol{\gamma} \in \Gamma, \mathbf{A}^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{d} \quad (2.51)$$

$$(\mathbf{z})_l \in \{0, 1\}, \forall l \quad (2.52)$$

$$\mathbf{0} \leq \boldsymbol{\mu} \leq M_0(\mathbf{1} - \mathbf{z}) \quad (2.53)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{A}\mathbf{y} - \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{E}\mathbf{x} - \mathbf{F}\boldsymbol{\xi} - \mathbf{h} \leq M_0\mathbf{z} \quad (2.54)$$

其中 \mathbf{x} 、 ξ 、 $\boldsymbol{\gamma}$ 、 $\boldsymbol{\mu}$ 、 \mathbf{y} 均为变量，除此以外 \mathbf{z} 是应用大 M 法引入的布尔变量，每个分量取值为 0 或 1； M_0 是个足够大的正常数； $\mathbf{1}$ 是与 $\boldsymbol{\mu}$ 同维数的全 1 列向量。式 (2.52)、式 (2.53) 和式 (2.54) 等价于

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{y} \geq \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\xi + \mathbf{h}, \boldsymbol{\mu} \geq \mathbf{0} \\ (-\mathbf{A}\mathbf{y} + \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\xi + \mathbf{h})^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.55)$$

因此，满足式 (2.52) - 式 (2.54) 的 \mathbf{y} 和 $\boldsymbol{\mu}$ 是一对原对偶最优解。在 \mathbf{x} 、 ξ 、 $\boldsymbol{\gamma}$ 变动时，通过求解式 (2.50) - 式 (2.54) 的 MILP 问题，计算第 k 个对偶变量的最大值的上界，结果记作 $(\boldsymbol{\mu}^\mu)_k$ 。

根据对偶变量的意义^[174]， $(\boldsymbol{\mu}^\mu)_k$ 反映 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 关于约束右端项第 k 个分量的变化灵敏度，因为在最优解处有

$$\begin{aligned} g(\mathbf{x}, \xi) &= (\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\xi + \mathbf{h})^\top \boldsymbol{\mu} \\ &= \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \xi \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \xi \end{pmatrix} + \mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{F}\xi + \mathbf{h} \right)^\top \boldsymbol{\mu} \\ &= \boldsymbol{\mu}^\top \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \end{pmatrix} + \mathbf{F} \right) \xi + \boldsymbol{\mu}^\top (\mathbf{E}\mathbf{x} + \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

所以， $g(\mathbf{x}, \xi)$ 关于 $(\xi)_l$ 的变化灵敏度的绝对值不超过

$$L_l(\mathbf{x}) := \sum_k (\boldsymbol{\mu}^\mu)_k \cdot \left| \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \end{pmatrix} + \mathbf{F} \right)_{k,l} \right| \quad (2.57)$$

设

$$\begin{aligned} \xi &= (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M), \quad \xi' = (\xi'_1, \xi'_2, \dots, \xi'_M) \\ \xi^{(i)} &= (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \xi'_{i+1}, \dots, \xi'_M), \quad i = 0, 1, \dots, M \end{aligned} \quad (2.58)$$

并假定 ξ 、 ξ' 、 $\xi^{(i)}$ ， $i = 0, 1, \dots, M$ 都在 Ξ 中，则

$$|g(\mathbf{x}, \xi) - g(\mathbf{x}, \xi')| \quad (2.59)$$

$$= \left| \sum_{i=1}^M (g(\mathbf{x}, \xi^{(i-1)}) - g(\mathbf{x}, \xi^{(i)})) \right| \quad (2.60)$$

$$\leq \sum_{i=1}^M |g(\mathbf{x}, \xi^{(i-1)}) - g(\mathbf{x}, \xi^{(i)})| \quad (2.61)$$

$$\leq \sum_{i=1}^M L_l(\mathbf{x}) \cdot |\xi_i - \xi'_i| \quad (2.62)$$

$$\leq \left(\max_l L_l(\mathbf{x}) \right) \cdot \sum_{i=1}^M |\xi_i - \xi'_i| \quad (2.63)$$

$$= \left(\max_l L_l(\mathbf{x}) \right) \cdot \|\xi - \xi'\|_1 \quad (2.64)$$

所以, 令 $L(\mathbf{x}) := \max_l L_l(\mathbf{x})$, 则 $L(\mathbf{x})$ 是所需的 Lipschitz 常数, 且注意到 $\mu^u \geq \mathbf{0}$, 因此可转化为以下线性模型:

$$L(\mathbf{x}) = \min_{q, \tau_{k,l}} q \quad (2.65)$$

$$\text{s.t. } \sum_k (\mu^u)_k \cdot \tau_{k,l} \leq q, \forall l \quad (2.66)$$

$$\left(\begin{array}{c} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \end{array} + \mathbf{F} \right)_{k,l} \leq \tau_{k,l}, \quad - \left(\begin{array}{c} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m \end{array} + \mathbf{F} \right)_{k,l} \leq \tau_{k,l}, \quad \forall k, l \quad (2.67)$$

将式 (2.65) - 式 (2.67) 代入式 (2.46), 得到基于 Lipschitz 常数的最坏期望的线性模型。

上述 Lipschitz 常数的计算方法总结在算法 2.1 中。

算法 2.1 计算损失函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的 Lipschitz 常数 $L(\mathbf{x})$

输入: 式 (2.40) 的参数。

输出: 损失函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的 Lipschitz 常数 $L(\mathbf{x})$ 。

- 1: 根据式 (2.47) 定义 γ , 计算其取值范围 Γ 。
 - 2: 对于对偶变量的每个分量求解式 (2.50) - 式 (2.54) 的 MILP 问题, 得到 μ^u 。
 - 3: 式 (2.65) - 式 (2.67) 给出 $L(\mathbf{x})$ 。
-

2.5.4 两种最坏期望转化方法的对比分析

2.5.2 节和 2.5.3 节分别提出了基于分段仿射函数表达式和基于 Lipschitz 常数将最坏期望转化为线性模型的方法。这两种方法存在差异, 有各自的优势和局限性。本节进行理论分析, 实验角度的对比分析见 4.4.6 节。

基于分段仿射函数表达式的方法借助参数线性规划, 直接计算损失函数的分段仿射函数表达式, 再通过分段仿射函数最坏期望的性质给出线性模型。这种方法的优势主要有两点: 第一, 当损失函数表达式精确时, 这种方法给出的线性模型与最坏期望相等, 即最坏期望等价转化成了线性模型; 第二, 过程中得到了损失函数关于第一阶段决策变量和随机变量的表达式, 因此能够直接反映他们对损失函

数的影响方式，从而可以对决策过程提供直观化的帮助。

基于分段仿射函数表达式方法的局限性主要在于问题规模方面。首先，只有在线性规划参数维数不高时，参数线性规划才能在可接受的时间内精确计算分段仿射函数表达式。实际上，分段数基本按指数函数关系随参数维数增长^[173]。因为高比例新能源电力系统的储能容量优化配置问题中，需要用多时间段的运行优化模型来描述储能充放和储存导致的电能在时间上的耦合，所以新能源发电的随机变量必定具有较高维数，因此精确计算损失函数表达式是不现实的。虽然如此，可以采用迭代的方式逐渐近似损失函数表达式。由于相关内容均属于参数线性规划，与本章分布鲁棒优化方法的主体存在差距，所以在第 4 章涉及时再于 4.3.1 节中描述。当采用近似表达式时，本章所提最坏期望线性模型也将产生误差，误差程度与表达式近似精度有关。参数维数仍然对近似难度和精度有很大影响。其次，式 (2.39) 中基于分段仿射函数表达式的方法给出的线性模型规模较大，其中辅助变量的维数大致与随机变量采样数、损失函数分段数、随机变量维数的乘积成正比，所以该维数随实际问题规模增长很快。虽然给出的是线性模型，但是规模过大时仍然难以建模和求解。综合以上原因，基于分段仿射函数表达式的方法主要适用于规模较小的问题。

基于 Lipschitz 常数的方法通过分析和计算损失函数的 Lipschitz 常数，给出最坏期望的一个保守线性模型。这种方法的优点主要在于对较大规模的问题同样适用。一方面，式 (2.46) 中这种方法给出的线性模型与传统随机规划方法中抽样平均近似 (Sample Average Approximation, SAA) 给出的模型复杂度基本一致，所以在 Lipschitz 常数已知的前提下，这种方法没有额外引入计算量。只要问题规模在传统随机规划能够有效求解的范围之内，这种方法就能够有效得出结果。另一方面，可以通过 2.5.3 节提出的方法计算 Lipschitz 常数，有时也可以通过分析直接得到 Lipschitz 常数的解析表达式。无论哪种方式，寻找 Lipschitz 常数的过程与随机变量采样数据无关，只与第二阶段优化有关，并且在开始求解两阶段分布鲁棒优化之前单独完成。因此，基于 Lipschitz 常数的方法同样适用于较大规模的问题。

基于 Lipschitz 常数方法的局限性主要在于可能引入额外保守性，其中保守性可能来自两个步骤：第一，式 (2.44) 应用文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5 时，给出的是最坏期望的一个保守估计，其中可能存在的保守性的一个来源是随机变量取值范围和整个欧氏空间的差距。第二，Lipschitz 常数给出损失函数关于随机变量变化率的上界，如果所采用的 Lipschitz 常数不是最小的 Lipschitz 常数，那么也额外引入了保守性。而 2.5.3 节所提算法 2.1 一般不能保证给出最小的 Lipschitz 常数。尽管如此，在一定范围内增加保守性不违背分布鲁棒优化的鲁棒性思想。

综上所述，在将最坏期望转化为线性模型时，应该根据具体问题的特征以及两种方法分别的优势和局限性，选择合适的方法。

2.6 本章小结

本章为后续各场景下的高比例新能源电力系统储能容量优化配置研究提供理论依据，针对特定形式的数据驱动两阶段分布鲁棒优化问题，提出了建模方法以及处理和求解方法。首先，介绍了基于 Wasserstein 距离的、考虑一般形式概率分布和随机变量取值范围的概率分布模糊集建模，然后描述了分布鲁棒优化中最坏期望、分布鲁棒机会约束、分布鲁棒风险度量等不确定性的表现形式。在此基础上，为本文所考虑的两阶段分布鲁棒优化问题建立具体的数学模型。最后，针对这种两阶段分布鲁棒优化问题，提出不确定性的处理方法，其中包括将多种不确定性形式转化为最坏期望的方法和两种将最坏期望转化为线性模型的方法，并对所提两种方法进行了对比分析。本章从理论层面分析和说明所提模型和方法的有效性，后续章节将应用本章所提模型和方法，并通过算例从实验层面验证其效果。

本章所考虑的两阶段分布鲁棒优化模型具有一定的一般性，不仅适用于各场景下的高比例新能源电力系统储能容量优化配置，还可以为其他领域中含不确定性的两阶段优化问题提供支持。本章所提不确定性表现形式的处理方法，可以将不能直接求解的两阶段分布鲁棒优化模型转化为能采用商业求解器直接求解的数学优化问题。

第3章 全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置

3.1 概述

为了减少化石能源消耗和碳排放，新能源发电在全世界范围内得到了越来越广泛的应用。全新能源供电独立微网对具有新能源资源、远离现有电网的偏远地区是个有竞争力的选择，并且具有发电过程零碳排放的优势。然而，由于风力发电和光伏发电具有很强的波动性和随机性，有必要配备储能来缓解不确定性的影响并补偿新能源发电和负荷曲线之间的差异。

在传统电力系统中，燃煤或燃气机组等常规能源机组是可控的，并且通常要求装机容量在任何情况下都能满足负荷需求。然而，对于独立微网，新能源发电随机性很强，并且储能单位成本相对而言比较高。如果仍然要求无失负荷风险，那么投资成本将非常高。因此，需要在成本和风险之间适当平衡，并使决策者能够通过设置风险上限来有效地控制系统裕度。如果设置了足够低的风险上限，那么独立微网将能在几乎所有场景下满足负荷需求，虽然仍然不能保证全部情况。此外，所考虑的失负荷对应极端运行场景而不是常规场景。典型的极端运行场景例如，罕见的持续恶劣天气导致的新能源低出力。

本章致力于为全新能源供电独立微网提出一种新能源和储能容量协调优化配置方法，考虑经验概率分布的不精确性及其对失负荷 Shortfall 风险的影响，研究框架如图 3.1 所示。

本章的创新点在于以下两个方面：

第一，提出了失负荷风险的分布鲁棒模型，其中概率分布模糊集由与经验概率分布接近的所有概率分布组成，包括离散概率分布和连续概率分布，并且概率分布的接近程度采用 Wasserstein 距离衡量。不确定性来源于新能源发电和负荷，失负荷量通过运行优化模型的最优值定义。证明了失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险可用最坏期望表达，并保守近似为线性规划问题最优值，使其能被有效求解。

第二，建立了独立微网中新能源发电和储能容量配置的双目标优化模型，平衡失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险和投资成本。基于 ϵ -约束法，利用参数线性规划理论说明了双目标优化模型的帕累托前沿是分段仿射函数，并提出了帕累托前沿表达式的求解算法。

本章首先在 3.2 节建立容量优化配置问题的数学模型，然后 3.3 节提出求解方法，3.4 节通过算例验证所提模型和方法，最后 3.5 节进行小结。

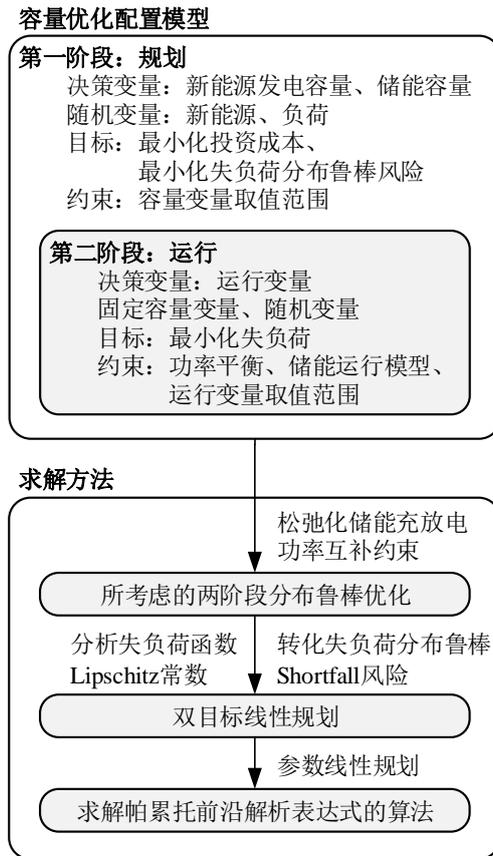


图 3.1 全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置研究框架

3.2 数学模型

本节为容量优化配置问题建立具体的数学模型，包括三个组成部分：最小化失负荷量的运行优化模型、不确定性的概率分布模糊集、失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险。最后将三部分组合成容量优化配置模型。

3.2.1 运行优化模型

所考虑的全新能源供电独立微网含有新能源发电设备、储能装置和负荷。能量流动关系如图 3.2 所示。运行过程分成 T 个时间段，记为 $S_T := \{1, 2, \dots, T\}$ 。时间段长度记为 Δ_t 。用下标 t 表示第 t 个时间段。负荷记为 ξ_t^c ，是个随机变量。设每单位装机容量的新能源发电功率为 $\xi_t^g \in [0, 1]$ ，同样是随机变量。令 x_g 表示新能源发电设备的装机容量，则新能源发电功率为 $\xi_t^g x_g$ 。令 p_t^{gl} 、 p_t^{gs} 和 p_t^{sl} 分别表示从新能源发电到负荷、从新能源发电到储能和从储能到负荷的功率，如图 3.2 所示。

令 p_t^c 和 p_t^l 分别表示新能源弃电和失负荷功率，令 x_p 和 x_e 分别表示储能的功率容量和能量容量，并用 e_t 表示储能在第 t 个时间段末储存的能量。建立运行优

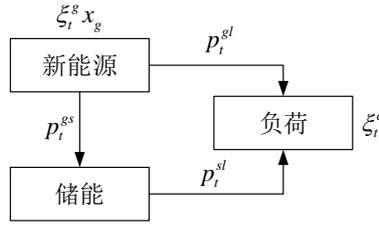


图 3.2 全新能源供电独立微网能量流动关系

化模型如下：

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) := \min \sum_{t \in S_T} p_t^l \Delta_t \quad (3.1)$$

$$\text{s.t. } p_t^{gl}, p_t^{gs}, p_t^{sl}, p_t^c, p_t^l \geq 0, \forall t \in S_T \quad (3.2)$$

$$\xi_t^g x_g = p_t^{gl} + p_t^{gs} + p_t^c, \forall t \in S_T \quad (3.3)$$

$$\xi_t^c - p_t^l = p_t^{gl} + p_t^{sl}, \forall t \in S_T \quad (3.4)$$

$$e_t = e_0 + \sum_{s=1}^t \left(\eta_c p_s^{gs} - \frac{p_s^{sl}}{\eta_d} \right) \Delta_t, \forall t \in S_T \quad (3.5)$$

$$\omega_l x_e \leq e_t \leq \omega_h x_e, \forall t \in S_T \quad (3.6)$$

$$p_t^{gs} \leq x_p, p_t^{sl} \leq x_p, \forall t \in S_T, e_T = e_0 \quad (3.7)$$

$$p_t^{gs} p_t^{sl} = 0, \forall t \in S_T \quad (3.8)$$

其中式 (3.1) 表示目标函数是最小化总失负荷量；式 (3.2) 规定变量的非负性；式 (3.3) 和式 (3.4) 描述图 3.2 中的能量流动关系；式 (3.5) 是储能充放电动态方程，其中 η_c 和 η_d 分别是储能充电和放电效率；式 (3.6) 是储能储存能量的上下界约束，其中 ω_l 和 ω_h 分别是限制 SoC 的下界和上界；式 (3.7) 限制最大充放电功率，并规定储能所储存能量始末状态相同，使得系统能够连续运行；式 (3.8) 为防止储能同时充电和放电的互补约束（Complementarity Constraint）。

式 (3.1) - 式 (3.8) 组成运行优化模型，其中决策变量包括 p_t^{gl} 、 p_t^{gs} 、 p_t^{sl} 、 p_t^c 、 p_t^l 、 e_t ，而容量变量 $\mathbf{x} := (x_g, x_e, x_p)$ 在规划阶段中确定，且随机变量 $\boldsymbol{\xi} := (\xi^c, \xi^g)$ 被看作固定参数。当 $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 和其他参数给定时，最小失负荷量可以通过求解式 (3.1) - 式 (3.8) 中运行优化模型的最优值得到。因此，将失负荷看作关于 \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\xi}$ 的函数，并记作 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 。式 (3.1) - 式 (3.8) 中运行优化模型的非线性仅存在于式 (3.8) 的储能不同时充放电约束。

3.2.2 概率分布模糊集

失负荷量受到 $\xi = (\xi^c, \xi^g)$ 影响，其中包含新能源发电和负荷的不确定性。通过定义概率分布模糊集描述这种不确定性。

根据负荷预测数据、新能源资源数据，可以得到随机变量 ξ 的一族采样数据 $\xi_n = (\xi_n^c, \xi_n^g)$, $n \in S_N := \{1, 2, \dots, N\}$ 。建立随机变量 ξ 的取值范围如下：

$$\Xi = \{(\xi^c, \xi^g) \in \mathbb{R}^{2T} \mid 0 \leq \xi_t^c \leq \bar{\xi}^c, 0 \leq \xi_t^g \leq 1, \forall t \in S_T\} \quad (3.9)$$

其中 $\bar{\xi}^c$ 表示最大可能负荷功率。按照 2.2 节中的方法，可以用式 (2.2) 定义离散的经验概率分布 \mathbb{P}_0 ，再通过式 (2.4) 和式 (2.5) 定义概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 。

3.2.3 失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险

式 (3.1) - 式 (3.8) 中的运行优化模型给出失负荷量 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 。采用 Shortfall 风险衡量不确定性下的失负荷程度。Shortfall 风险由式 (2.10) 给出，在此基础上定义失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险如下：

$$r_0(\mathbf{x}) := \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \text{SR}_{l, \lambda}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \quad (3.10)$$

其中 $l(r) := \max\{r, 0\}$, λ 是可接受的失负荷量。失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险 $r_0(\mathbf{x})$ 是关于容量变量 \mathbf{x} 的函数，并且是概率分布在模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中变动时 Shortfall 风险的上确界，即最坏情况下的 Shortfall 风险。因此，只要真实概率分布在 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中，实际的 Shortfall 风险就会不超过 $r_0(\mathbf{x})$ 。

采用 $l(r) := \max\{r, 0\}$ 衡量损失程度的原因有三点：第一，这个函数满足 Shortfall 风险定义式 (2.10) 中对函数 l 的要求，即凸、递增、非常值函数。第二，这个函数符合损失程度的物理意义。具体而言，当表示损失的随机变量不超过 0 时，损失程度为 0，并且在大于 0 的情况损失程度随着这个随机变量线性增长。第三，这个函数分段仿射，使得可以利用 2.5.1 节中的方法把 $r_0(\mathbf{x})$ 转化为线性模型表达。函数 l 也可以采用其他形式，在近似为分段仿射函数后，本章后续方法仍然有效，具体做法见 2.5.1 节。

3.2.4 容量优化配置模型

新能源发电和储能的双目标容量优化配置模型为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}, r} \{ & r_0(\mathbf{x}), C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p \} \\ \text{s.t. } & \mathbf{x} = (x_g, x_e, x_p) \geq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.11)$$

其中第一个目标函数最小化失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险，第二个目标函数最小化总投资成本， C_g 、 C_e 和 C_p 分别是新能源发电、储能能量容量、储能功率容量的单位容量成本。该目标函数适用于储能能量容量成本和功率容量成本相对独立的情况，对于能量容量和功率容量联系紧密的储能类型，可固定储能时长，即固定 x_e/x_p 的数值，使能量容量和功率容量成比例。这相当于增加一个线性约束 $x_e = C_{ep}x_p$ ，其中 C_{ep} 是储能时长参数，增加该线性约束不改变其他部分的建模以及优化模型的求解方法。

本章致力于全新能源供电独立微网的容量优化配置问题。由于新能源发电不消耗燃料，其运行成本相较于投资成本而言可以忽略^[56]。失负荷在风险中考虑，并将容量优化配置问题建模为一个双目标优化来同时最小化投资成本和失负荷风险。在一些现有研究中，失负荷被建模为惩罚项并与成本一同最小化^[50]。然而，惩罚系数对结果有重要影响，而决策者对风险的态度可能比较模糊，导致难以确定合适的惩罚系数。对此，本章采用双目标优化的建模方式，并提出计算帕累托前沿解析表达式的求解方法来辅助决策过程。

3.3 求解方法

本节将失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险转化，使得式 (3.11) 中容量优化配置模型变为传统的双目标线性规划，然后根据参数线性规划给出计算帕累托前沿表达式的方法。

3.3.1 松弛化储能充放电功率互补约束

式 (3.8) 的储能不同时充放电约束为式 (3.1) - 式 (3.8) 中运行优化模型唯一的非线性部分。去掉式 (3.8)，留下目标函数和其他约束，定义

$$g_l(\mathbf{x}, \xi) := \min \sum_{t \in \mathcal{S}_T} p_t^l \Delta_t \quad (3.12)$$

s.t. (3.2) – (3.7)

式 (3.12) 是线性规划。事实上，以下命题断言式 (3.8) 在计算失负荷量时是多余的。

命题 3.1: 对任意 $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ 和 $\xi \in \Xi$ ，有 $g(\mathbf{x}, \xi) = g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。

命题 3.1 证明见附录 A.1。证明主要思路是从忽略互补约束的松弛化问题的一个最优解出发，寻找未松弛问题的一个可行解，且保持目标函数值不变。方式是同时降低充电和放电功率。实际上，命题 3.1 成立的原因是，允许储能同时充放电并不能帮助减少失负荷，因为同时充放电只能因为效率原因导致更多的能量消耗，

进一步减少负荷可能获取的电能。这使得可以移除储能不同时充放电的互补约束。

因此，之后将使用移除了储能充放电功率互补约束的 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 作为失负荷量函数。在应用过程中，如果结果不满足式 (3.8)，可以通过命题 3.1 证明中的步骤来找到一个满足式 (3.8) 的解。

3.3.2 转化分布鲁棒 Shortfall 风险

在 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 被 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 代替之后，为了使用第 2 章的方法转化分布鲁棒 Shortfall 风险 $r_0(\mathbf{x})$ ，先说明 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 具有 2.4 节中定义的损失函数的形式。

命题 3.2: 对任意 $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ 和 $\xi \in \Xi$ ， $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 有限。

命题 3.2 证明见附录 A.2。命题 3.2 的物理意义是失负荷量有限，通过说明失负荷量非负并且不超过总负荷量来证明该结论，因此命题 3.2 的结论是自然的。

根据式 (3.12)， $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 具有式 (2.13) 的形式，命题 3.2 进一步说明 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 满足本文中损失函数的定义要求。

采用 2.5.1 节中的方法转化失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险如下：

$$r_0(\mathbf{x}) = \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \text{SR}_{l, \lambda}^{\mathbb{P}}(g_l(\mathbf{x}, \xi)) \quad (3.13)$$

$$= \begin{cases} \min_{r \in \mathbb{R}} r \\ \text{s.t.} \quad \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)] \leq \lambda \end{cases} \quad (3.14)$$

采用 2.5.3 节中基于 Lipschitz 常数的方法进一步转化式 (3.14) 中最坏期望。为此，需要先寻找 $l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)$ 关于 ξ 的 Lipschitz 常数。以下命题给出了 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 关于 ξ 的 Lipschitz 常数。

命题 3.3: 对任意 $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$,

$$|g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi')| \leq L(\mathbf{x}) \|\xi - \xi'\|_1, \forall \xi, \xi' \in \Xi \quad (3.15)$$

其中 $L(\mathbf{x}) = \max\{x_g, 1\} \Delta_l$ 。

命题 3.3 证明见附录 A.3。实际上，最佳的或最小的 Lipschitz 常数恰好就是命题 3.3 中给出的 $L(\mathbf{x}) = \max\{x_g, 1\} \Delta_l$ 。为说明这一点，只需证明 $|g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi')| \leq L(\mathbf{x}) \|\xi - \xi'\|_1, \forall \xi, \xi' \in \Xi$ 且存在 $\xi_0, \xi'_0 \in \Xi$ 使 $g_l(\mathbf{x}, \xi_0) - g_l(\mathbf{x}, \xi'_0) = L(\mathbf{x}) \|\xi_0 - \xi'_0\|_1$ 。前者已在命题 3.3 中证明，后者的原因如下： $L(\mathbf{x})$ 是 Δ_l 和 $x_g \Delta_l$ 的最大值。命题 3.3 证明中情况 1 给出了 $g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi') = \Delta_l \|\xi - \xi'\|_1$ 的例子。类似地，对于 $x_g \Delta_l$ 可以找到 $\xi, \xi' \in \Xi$ 使得 $g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi') = x_g \Delta_l \|\xi - \xi'\|_1$ 。至少以上两种情况之一能说明 $L(\mathbf{x})$ 是最小的 Lipschitz 常数。

在物理意义方面，Lipschitz 常数 $L(\mathbf{x})$ 反映当随机变量改变时失负荷量将随之

改变多少。随机变量 $\xi = (\xi^c, \xi^g)$ 包含负荷与新能源发电，并且由于本文采用 1-范数，如式 (A.5) 和式 (A.6) 所示负荷与新能源发电的不确定性可以分开考虑。如果某时间段中负荷功率增长 1 单位，那么失负荷量不会减少，并且最多增长 Δ_t 。如果某时间段中每单位容量新能源发电增长 1，那么失负荷量不会增加，并且最多减少 $x_g \Delta_t$ 。 $L(\mathbf{x})$ 的值即为 Δ_t 和 $x_g \Delta_t$ 的结合。

因为 $l(r) = \max\{r, 0\}$ ，所以 $|l(r) - l(r')| \leq |r - r'|$, $\forall r, r' \in \mathbb{R}$ ，从而

$$|l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r) - l(g_l(\mathbf{x}, \xi') - r)| \leq L(\mathbf{x}) \|\xi - \xi'\|_1, \forall \xi, \xi' \in \Xi \quad (3.16)$$

所以 $l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)$ 作为关于 ξ 的函数满足文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5，从而有

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}} [l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)] \leq \epsilon L(\mathbf{x}) + \mathbb{E}^{\mathbb{P}_0} [l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)] \quad (3.17)$$

其中右端是对最坏期望的一个保守估计。据此得到失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险的一个保守近似如下：

$$\begin{aligned} r_c(\mathbf{x}) &:= \min_{r \in \mathbb{R}} r \\ &\text{s.t. } \epsilon L(\mathbf{x}) + \mathbb{E}^{\mathbb{P}_0} [l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)] \leq \lambda \end{aligned} \quad (3.18)$$

根据抽样平均近似方法和 $L(\mathbf{x}) = \max\{x_g, 1\} \Delta_t$ ，将 $r_c(\mathbf{x})$ 用线性规划的最优值表达如下：

$$r_c(\mathbf{x}) = \min r \quad (3.19)$$

$$\text{s.t. } \epsilon L + \frac{1}{N} \sum_{n \in S_N} s_n \leq \lambda \quad (3.20)$$

$$L \geq \Delta_t, L \geq x_g \Delta_t \quad (3.21)$$

$$s_n \geq 0, s_n \geq \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^l \Delta_t - r, \forall n \in S_N \quad (3.22)$$

$$\text{式 (3.2) - 式 (3.7)}, \forall n \in S_N \quad (3.23)$$

其中 L 和 s_n , $n \in S_N$ 均为引入的辅助变量， L 代表 $L(\mathbf{x}) = \max\{x_g, 1\} \Delta_t$ ， s_n 代表 $l(g_l(\mathbf{x}, \xi) - r)$ 。

利用式 (3.19) - 式 (3.23)，式 (3.11) 中容量优化配置问题近似转化成以下传统双目标线性规划：

$$\begin{aligned} \min \quad & \{r, C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p\} \\ \text{s.t.} \quad & x_g, x_e, x_p \geq 0, \text{ 式 (3.20) - 式 (3.23)} \end{aligned} \quad (3.24)$$

3.3.3 求解帕累托前沿的解析表达式

本节根据参数线性规划提出一种计算式 (3.24) 中帕累托前沿的算法。将式 (3.24) 的可行点集记作 \mathcal{P} ，即

$$\mathcal{P} := \left\{ (r, f) \in \mathbb{R}^2 \left| \begin{array}{l} f \geq C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p \\ \mathbf{x} \geq 0, \text{ 式 (3.20) - 式 (3.23)} \end{array} \right. \right\} \quad (3.25)$$

因为约束都是线性的，所以 \mathcal{P} 是一个多面体到 (r, f) -平面的投影，因此 \mathcal{P} 也是一个多面体。帕累托前沿由不劣于其他任何可行点的可行点组成，即

$$\mathcal{F} := \{ (r, f) \in \mathcal{P} \mid \text{如果 } (r, f) \neq (r', f') \in \mathcal{P} \text{ 那么 } r < r' \text{ 或者 } f < f' \} \quad (3.26)$$

\mathcal{F} 是 \mathcal{P} 边界的一个子集。根据帕累托前沿的性质和 ε -约束法^[175]， \mathcal{F} 有如下等价模型：

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 \cap \mathcal{F}_2 \quad (3.27)$$

$$\mathcal{F}_1 := \left\{ (r_*, f_*) \in \mathbb{R}^2 \left| \begin{array}{l} f_* = \min f \\ \text{s.t. } r \leq r_*, (r, f) \in \mathcal{P} \end{array} \right. \right\} \quad (3.28)$$

$$\mathcal{F}_2 := \left\{ (r_*, f_*) \in \mathbb{R}^2 \left| \begin{array}{l} r_* = \min r \\ \text{s.t. } f \leq f_*, (r, f) \in \mathcal{P} \end{array} \right. \right\} \quad (3.29)$$

\mathcal{F}_1 和 \mathcal{F}_2 具有类似的形式，其中的线性规划可以看作以下参数线性规划：

$$v(\theta) := \min_{\mathbf{y}} \mathbf{c}^T \mathbf{y} \quad (3.30)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{y} \leq \mathbf{b} + \mathbf{b}'\theta$$

例如，在式 (3.28) 中 $r_* = \theta$ 是参数， $f_* = v(\theta)$ 是依赖于参数的最优值，并且式 (3.30) 包含约束 $r \leq r_*$ 和 $(r, f) \in \mathcal{P}$ 。因此，为了计算帕累托前沿 \mathcal{F} ，只需得到 $v(\theta)$ 的解析表达式。根据参数线性规划理论^[173]， $v(\theta)$ 是一个分段仿射函数。

对于固定的 $\theta_0 \in \mathbb{R}$ ，设此时式 (3.30) 有最优解 \mathbf{y}_0 ，则约束可以根据是否在 \mathbf{y}_0 处取等号分为两部分，即

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{y}_0 = \mathbf{b}_1 + \mathbf{b}'_1 \theta_0 \quad (3.31)$$

$$\mathbf{A}_2 \mathbf{y}_0 < \mathbf{b}_2 + \mathbf{b}'_2 \theta_0 \quad (3.32)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{pmatrix}, \mathbf{b}' = \begin{pmatrix} \mathbf{b}'_1 \\ \mathbf{b}'_2 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

如果这种分割在 θ_0 的一个邻域中不变，那么存在 \mathbf{d}_1 和 \mathbf{d}'_1 使得

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{d}_1 = \mathbf{b}_1, \mathbf{A}_1 \mathbf{d}'_1 = \mathbf{b}'_1 \quad (3.34)$$

$$\mathbf{y}_0 = \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}'_1 \theta_0 \quad (3.35)$$

根据临界区域的定义^[173]，在 θ_0 附近的临界区域中， $\mathbf{y}_* := \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}'_1 \theta$ 是最优解。将其代入式 (3.32)，则得到以下临界区域：

$$\{\theta \mid (\mathbf{A}_2 \mathbf{d}'_1 - \mathbf{b}'_2) \cdot \theta < \mathbf{b}_2 - \mathbf{A}_2 \mathbf{d}_1\} \quad (3.36)$$

注意到 $\theta \in \mathbb{R}$ ，所以存在 $\theta^l < \theta_0 < \theta^h$ 使得式 (3.36) 等价于 $\theta \in (\theta^l, \theta^h)$ 。当 θ 位于临界区域 (θ^l, θ^h) 中时， $v(\theta) = \mathbf{c}^\top \mathbf{y}_* = \mathbf{c}^\top \mathbf{d}_1 + \mathbf{c}^\top \mathbf{d}'_1 \theta$ 具有仿射函数的形式。

将 θ 的取值范围记作 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ 。例如，在式 (3.29) 中， $f_* = \theta$ 并且取值范围是 $[0, F]$ ，其中 F 是总投资成本的上界。在式 (3.28) 中， $r_* = \theta$ 并且 $[r_{\min}, r_{\max}]$ 的端点可以通过分别在 $f_* = F$ 和 $f_* = 0$ 下求解式 (3.29) 的优化问题得到。为了计算 $v(\theta)$ 的解析表达式，如算法 3.1 所示，沿着 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ 寻找临界区域和仿射函数的系数。

算法 3.1 计算帕累托前沿的解析表达式 $v(\theta)$

输入： \mathbf{A} 、 \mathbf{b} 、 \mathbf{b}' 、 \mathbf{c} 、 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ 和搜索步长 $\delta > 0$ 。

输出： $v(\theta) = w_k + w'_k \theta$ ， $\theta \in (\theta_k^l, \theta_k^h)$ ， $k = 1, 2, \dots, M$ 。

- 1: 初始化：令 $M \leftarrow 1$ ， $\theta_0 \leftarrow \theta_{\min} + \delta$ 。
 - 2: 对 $\theta = \theta_0$ ，求解式 (3.30) 并得到式 (3.31) 和式 (3.32) 中系数矩阵 \mathbf{A}_1 、 \mathbf{A}_2 和系数向量 \mathbf{b}_1 、 \mathbf{b}_2 、 \mathbf{b}'_1 、 \mathbf{b}'_2 。
 - 3: 求解式 (3.34) 得到 \mathbf{d}_1 和 \mathbf{d}'_1 。
 - 4: 化简式 (3.36) 成 (θ_M^l, θ_M^h) 的形式。令 $w_M \leftarrow \mathbf{c}^\top \mathbf{d}_1$ ， $w'_M \leftarrow \mathbf{c}^\top \mathbf{d}'_1$ 。
 - 5: 令 $\theta_0 \leftarrow \theta_M^h + \delta$ 。若 $\theta_0 \geq \theta_{\max}$ ，输出 $v(\theta) = w_k + w'_k \theta$ ， $\theta \in (\theta_k^l, \theta_k^h)$ ， $k = 1, 2, \dots, M$ 并终止；否则，令 $M \leftarrow M + 1$ 并转到第 2 步。
-

因为每一轮迭代中 θ_0 至少增长 δ ，所以算法 3.1 在最多 $(\theta_{\max} - \theta_{\min})/\delta$ 轮迭代后终止，即 $M \leq (\theta_{\max} - \theta_{\min})/\delta$ 。当 δ 选取得足够小时，所有的临界区域都会被搜索到，此时 M 将等于临界区域数量，并且算法输出将与 δ 无关。

3.4 算例分析

3.4.1 算例设置

考虑一个配置光伏发电的独立微网。日光照数据来自于美国国家太阳辐射数据库 (National Solar Radiation Database, NREL)^[176]。图 3.3 展示了光伏发电的离散程度和每小时平均负荷。根据文献 [58] 的方法生成负荷数据，标准差设为 0.1 p.u.，下界和上界分别是 0 和 2 p.u.，并且功率基值为 2 MW。光伏发电与负荷数据见文献 [177]。

为了反映光伏发电和负荷的季节变化，每组数据由 4 个典型日组成，并且这 4 个典型日分别来自 4 个季节。根据 7 年的光伏发电和负荷数据得到了 637 组数据，

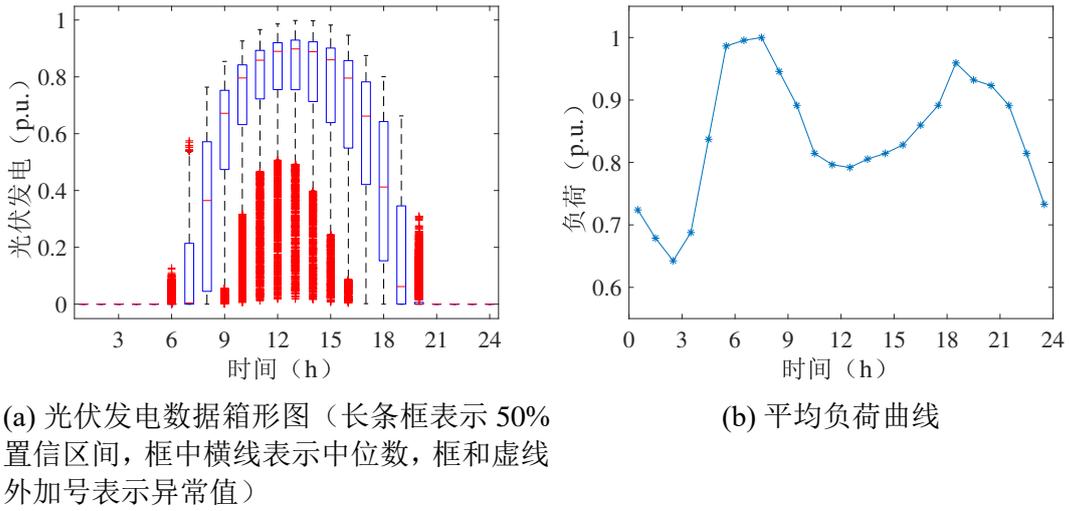


图 3.3 独立微网光伏发电和负荷数据

其中 455 组用于建立经验概率分布 \mathbb{P}_0 ，剩余的 182 组数据用于测试。在基础算例中， $T = 96$ 、 $N = 182$ 、 $\Delta_t = 1 \text{ h}$ ，并且由上述数据得到 $\xi_n = (\xi_{t,n}^c, \xi_{t,n}^g; t \in S_T), n \in S_N$ 。其他参数包括 $\eta_c = 95\%$ 、 $\eta_d = 95\%$ 、 $\omega_l = 10\%$ 、 $\omega_h = 90\%$ 、 $C_g = 2.4 \times 10^6 \text{ 元/MW}$ 、 $C_p = 10^6 \text{ 元/MW}$ 、 $C_e = 1.2 \times 10^6 \text{ 元/MWh}^{[178]}$ 、 $\epsilon = 0.02$ ，并且 λ 设为总负荷量的 1%。求解过程使用一台配置 Intel Core i5-5200U 处理器和 8 GB 内存的笔记本电脑，线性规划问题在 MATLAB 环境中借助 YALMIP 工具箱^[179] 编写，并用 Gurobi 9.1^[180] 求解。

3.4.2 用于对比分析的其他方法

本章算例共考虑 6 种方法并作对比分析：

基础算例：所提方法，记作 DRO-C；

第一种对比方法：随机规划方法，记作 SP；

第二种对比方法：鲁棒优化方法，记作 RO；

第三种对比方法：基于 Wasserstein 距离但只考虑离散概率分布的分布鲁棒优化方法，记作 DRO-D；

第四种对比方法：基于时序仿真和搜索的方法，记作 CS；

第五种对比方法：基于 KL 散度的分布鲁棒优化方法，记作 DRO-KL。

以下分别对各种对比方法进行具体描述。

3.4.2.1 随机规划方法

将经验概率分布 \mathbb{P}_0 当作真实概率分布看待, 在 \mathbb{P}_0 下计算 Shortfall 风险, 即 $r_s(\mathbf{x}) := \text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}_0}(g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}))$ 。根据 3.3 节中的分析, $r_s(\mathbf{x})$ 可以通过下式计算:

$$r_s(\mathbf{x}) = \min_{r, s_n} r \quad (3.37)$$

$$\text{s.t. } \frac{1}{N} \sum_{n \in S_N} s_n \leq \lambda, s_n \geq 0, \forall n \in S_N \quad (3.38)$$

$$s_n \geq g_l(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_n) - r, \forall n \in S_N \quad (3.39)$$

对应的容量优化配置模型归结于以下传统双目标线性规划:

$$\min \{r, C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p\} \quad (3.40)$$

$$\text{s.t. } x_g, x_e, x_p \geq 0, \text{ 式 (3.23) }, \text{ 式 (3.38)}$$

进而可用 3.3.3 节的算法求解帕累托前沿。

3.4.2.2 鲁棒优化方法

将采样数据取值集合视为随机变量取值范围, 并且不允许出现失负荷。这时容量优化配置模型如下:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p \\ \text{s.t.} \quad & x_g, x_e, x_p \geq 0 \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_n) = 0, \forall n \in S_N$$

这等价于以下线性规划:

$$\begin{aligned} \min \quad & C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p \\ \text{s.t.} \quad & x_g, x_e, x_p \geq 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\text{式 (3.2) - 式 (3.7) }, \forall n \in S_N$$

$$p_{l,n}^l = 0, \forall t \in S_T, n \in S_N$$

3.4.2.3 仅考虑离散概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法

概率分布模糊集 $B_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 根据 Wasserstein 距离定义, 但只含有与经验概率分布具有相同支撑集 $\Xi_0 := \{\boldsymbol{\xi}_n \mid n \in S_N\}$ 的离散概率分布, 定义如下:

$$\begin{aligned} B_d(\mathbb{P}_0, \epsilon) &:= \{ \mathbb{P} \in \mathcal{M}(\Xi_0) \mid d_W(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) \leq \epsilon \} \\ &= \left\{ \mathbb{P} = \sum_{n \in S_N} q_n \mathbf{1}_{\boldsymbol{\xi}_n} \mid \begin{array}{l} q_n \geq 0, \forall n \in S_N \\ \sum_{n \in S_N} q_n = 1, d_W(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) \leq \epsilon \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.43)$$

所以对应的分布鲁棒 Shortfall 风险为

$$r_d(\mathbf{x}) := \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \text{SR}_{l, \lambda}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \quad (3.44)$$

$$= \begin{cases} \min_{r \in \mathbb{R}} r \\ \text{s.t.} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g(\mathbf{x}, \xi) - r)] \leq \lambda \end{cases} \quad (3.45)$$

根据 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 和 Wasserstein 距离的定义, 最坏期望 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g(\mathbf{x}, \xi) - r)]$ 等于以下线性规划的最优值:

$$\begin{aligned} & \sup_{\mathbf{q}, \mathbf{K}} \sum_{n \in S_N} q_n [l(g(\mathbf{x}, \xi_n) - r)] \\ & \text{s.t. } K_{m,n} \geq 0, \forall m, n \in S_N \\ & \sum_{m \in S_N} K_{m,n} = q_n, q_n \geq 0, \forall n \in S_N \\ & \sum_{n \in S_N} K_{m,n} = \frac{1}{N}, \forall m \in S_N \\ & \sum_{m \in S_N} q_m = 1, \sum_{m \in S_N} \sum_{n \in S_N} K_{m,n} \|\xi_m - \xi_n\|_1 \leq \epsilon \end{aligned} \quad (3.46)$$

其中矩阵 \mathbf{K} 对应式 (2.4) 中联合概率分布 Π 。以上线性规划的对偶问题^[174] 为

$$\begin{aligned} & \min_{\rho, \mu, \gamma, \tau} \epsilon \rho + \sum_{n \in S_N} \frac{\gamma_n}{N} + \tau \\ & \text{s.t. } \rho \|\xi_m - \xi_n\|_1 + \mu_m + \gamma_n \geq 0, \forall m, n \in S_N \\ & \quad -\mu_n + \tau \geq l(g(\mathbf{x}, \xi_n) - r), \forall n \in S_N \\ & \quad \rho \geq 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

因此, 相应的容量优化配置问题为

$$\begin{aligned} & \min \{r, C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p\} \\ & \text{s.t. } x_g, x_e, x_p \geq 0 \\ & \quad \epsilon \rho + \sum_{n \in S_N} \frac{\gamma_n}{N} + \tau \leq \lambda, \rho \geq 0 \\ & \quad \rho \|\xi_m - \xi_n\|_1 + \mu_m + \gamma_n \geq 0, \forall m, n \in S_N \\ & \quad -\mu_n + \tau \geq \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^l \Delta_t - y, \quad -\mu_n + \tau \geq 0, \forall n \in S_N \end{aligned} \quad (3.48)$$

式 (3.2) - 式 (3.7), $\forall n \in S_N$

因为概率分布模糊集 $B_d(\mathbb{P}_0, \epsilon) \subsetneq B(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ ，所以式 (3.48) 为式 (3.11) 中容量优化配置问题的一个乐观近似，从而本章所定义的失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险 $r_0(\mathbf{x})$ 满足

$$r_d(\mathbf{x}) \leq r_0(\mathbf{x}) \leq r_c(\mathbf{x}) \quad (3.49)$$

因为式 (3.48) 为传统双目标线性规划，所以同样可用 3.3.3 节的方法求解帕累托前沿。

3.4.2.4 基于时序仿真和搜索的方法

在规划用采样数据中，不允许出现失负荷，并采用时序仿真^[181] 和 MATLAB 全局优化工具箱中的搜索方法^[182] 最小化总投资成本 $C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p$ 。对每种容量变量取值 $\mathbf{x} = (x_g, x_e, x_p)$ ，通过时序仿真检查是否对所有规划用采样数据都不会出现失负荷。

在时序仿真中，储能的运行策略为：在新能源发电功率大于负荷功率时储能充电直至 SoC 到达上界或者充电功率到达上界，在新能源发电不足以满足负荷时储能放电直至 SoC 到达下界或者放电功率到达上界。如果新能源发电功率与储能放电功率之和小于负荷功率，就出现失负荷，并将此时容量变量取值标记为不可行。为了使得储能可以连续运行，还考虑了约束 $e_T \geq e_0$ 。

3.4.2.5 基于 KL 散度的分布鲁棒优化方法

采用 KL 散度衡量概率分布到经验概率分布 \mathbb{P}_0 的差距，以建立概率分布模糊集。注意到 \mathbb{P}_0 是离散概率分布，因此这样建立的概率分布模糊集中只包含与 \mathbb{P}_0 具有相同支撑集 $\Xi_0 = \{\xi_n \mid n \in S_N\}$ 的离散概率分布。KL 散度的定义^[129] 如下：

$$d_{KL}(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) := \sum_{\xi_n \in \Xi_0} \mathbb{P}[\xi_n] \ln \frac{\mathbb{P}[\xi_n]}{\mathbb{P}_0[\xi_n]} \quad (3.50)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbb{P} = \sum_{n \in S_N} q_n \mathbf{1}_{\xi_n}, & \sum_{n \in S_N} q_n = 1 \\ q_n \geq 0, \forall n \in S_N \end{cases} \quad (3.51)$$

与式 (2.5) 中 Wasserstein 距离的情况类似，基于 KL 散度的概率分布模糊集

由所有与 \mathbb{P}_0 的 KL 散度不超过上限的概率分布组成，即

$$\begin{aligned} B_{KL}(\mathbb{P}_0, \epsilon_{KL}) &:= \{ \mathbb{P} \in \mathcal{M}(\Xi_0) \mid d_{KL}(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) \leq \epsilon_{KL} \} \\ &= \left\{ \mathbb{P} = \sum_{n \in \mathcal{S}_N} q_n \mathbf{1}_{\xi_n} \mid \begin{array}{l} q_n \geq 0, \forall n \in \mathcal{S}_N \\ \sum_{n \in \mathcal{S}_N} q_n = 1, d_{KL}(\mathbb{P}, \mathbb{P}_0) \leq \epsilon_{KL} \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (3.52)$$

其中 ϵ_{KL} 为 KL 散度上限。

基于 KL 散度的分布鲁棒优化方法较易处理分布鲁棒机会约束，而相较而言最坏期望难以转化成可以直接求解的数学优化问题形式^[183]，因此建立容量优化配置模型如下：

$$\min C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p \quad (3.53)$$

$$\text{s.t. } \inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_{KL}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{P}[g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \leq \lambda] \geq 1 - \alpha \quad (3.54)$$

其中式 (3.54) 为失负荷量不超过上限 λ 的分布鲁棒机会约束，对概率分布模糊集中所有概率分布，要求失负荷量不超过上限的概率不小于 $1 - \alpha$ 。在失负荷分布鲁棒机会约束下最小化总投资成本。

根据文献 [127] 中定理 1 和命题 4，式 (3.54) 等价于

$$\mathbb{P}_0[g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \leq \lambda] \geq 1 - \alpha_{1+} \quad (3.55)$$

其中 α_{1+} 满足

$$\begin{aligned} \alpha_{1+} &:= \max\{\alpha_1, 0\} \\ \alpha_1 &:= 1 - \inf_{y \in (0, 1)} \left\{ \frac{e^{-\epsilon_{KL}} y^{1-\alpha} - 1}{y - 1} \right\} \end{aligned} \quad (3.56)$$

其中 e 为自然对数的底数。因为 $(e^{-\epsilon_{KL}} y^{1-\alpha} - 1)/(y - 1)$ 关于 $y \in (0, 1)$ 凸且下确界能取到^[127]，所以容易通过二分法等一维搜索方法找到最优解，从而计算 α_{1+} 。式 (3.55) 是经验概率分布 \mathbb{P}_0 下的传统机会约束，所以应用抽样平均近似，得到式 (3.55) 的等价约束如下：

$$\begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{n \in \mathcal{S}_N} z_n \leq \alpha_{1+} \\ z_n \in \{0, 1\}, g_l(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_n) - \lambda \leq M_{KL} \cdot z_n, \forall n \in \mathcal{S}_N \end{cases} \quad (3.57)$$

其中 M_{KL} 是个足够大的正常数； $z_n, n \in \mathcal{S}_N$ 是辅助布尔变量，取 0 表示 $\boldsymbol{\xi}_n$ 场景下失负荷不超过限制，取 1 表示超过限制。要求超过限制的频率不大于 α_{1+} 。因此，

式 (3.53) 和式 (3.54) 中容量优化配置模型等价于以下 MILP 问题:

$$\begin{aligned}
 & \min C_g x_g + C_e x_e + C_p x_p \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{n \in S_N} z_n \leq \alpha_{1+} \\
 & \quad z_n \in \{0, 1\}, \quad \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^l \Delta_t - \lambda \leq M_{KL} \cdot z_n, \quad \forall n \in S_N
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

式 (3.2) - 式 (3.7), $\forall n \in S_N$

3.4.3 结果与对比

图 3.4 展示了几种方法下失负荷风险和总投资成本的帕累托前沿, 其中同时绘制了较大范围内及失负荷风险在 0 附近这两类曲线, 前者中三种方法的差别在大部分情况下较小, 而在后者中三种方法有较为明显的差别。根据 Shortfall 风险的定义, 它表示使得期望损失不超过限制需要额外增加的投入, 因此能够反映当前状态到期望损失可接受状态的差距。所以, 在希望期望损失可接受的决策过程中, 所考虑的范围主要在 Shortfall 风险 0 附近, 此时三种方法有所差别。曲线从上至下分别对应 DRO-C、DRO-D 和 SP。这说明如果给定预算, 则失负荷风险满足式 (3.49) 中关系, 验证了所提方法比只考虑离散概率分布的分布鲁棒优化更保守, 而传统随机规划在这三种方法中最乐观。对于鲁棒优化模型和基于时序仿真的方法, 因为不允许失负荷, 所以没有失负荷与投资成本之间的平衡。

KL 散度和 Wasserstein 距离有一定关系^[183], 据此设置 $\epsilon_{KL} = 0.005$ 。采用 ϵ -约束法, 对基于 KL 散度的分布鲁棒优化模型求解失负荷超出上限的概率 α 和总投资成本的帕累托前沿, 结果如图 3.5 所示。由于基于 KL 散度的模型具有 MILP 的形式, 帕累托前沿不是凸函数。失负荷超出上限的概率和失负荷 Shortfall 风险从不同的角度反映失负荷, 相比之下失负荷 Shortfall 风险更关心超出上限部分的损失程度。

四个典型日的平均总负荷量为 160.6 MWh, 设可接受的失负荷量 $\lambda = 1.606$ MWh, 即 1% 的总负荷量。此外, 将失负荷 Shortfall 风险上界设为 0, 意义是期望失负荷量必须在可接受范围内。表 3.1 列举了各种方法下的容量优化配置结果。其中 DRO-C、SP、RO 方法均归结为求解约 21 万约束、11 万变量规模的线性规划, DRO-D 方法归结为求解约 24 万约束、11 万变量的线性规划, DRO-KL 方法需要多次测试并求解约 21 万约束、11 万变量 (包括 182 布尔变量) 的混合整数线性规划。在测试用的 182 组采样数据中测试失负荷 Shortfall 风险, 并展示在表 3.1 中最后一行。

和预期一致, 鲁棒优化模型的结果比随机规划和 3 种分布鲁棒优化的结果更

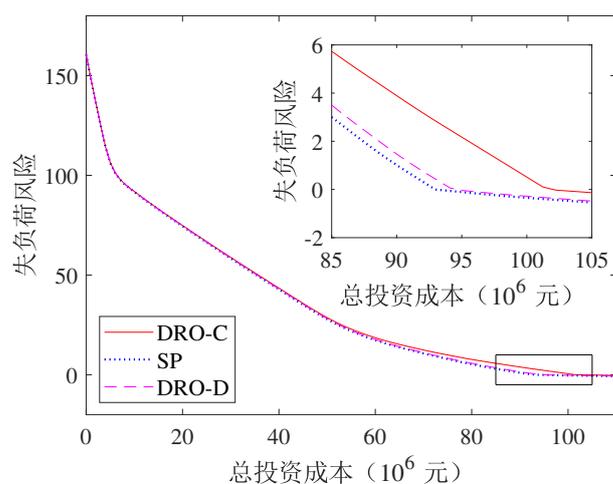


图 3.4 独立微网失负荷风险和总投资成本的帕累托前沿

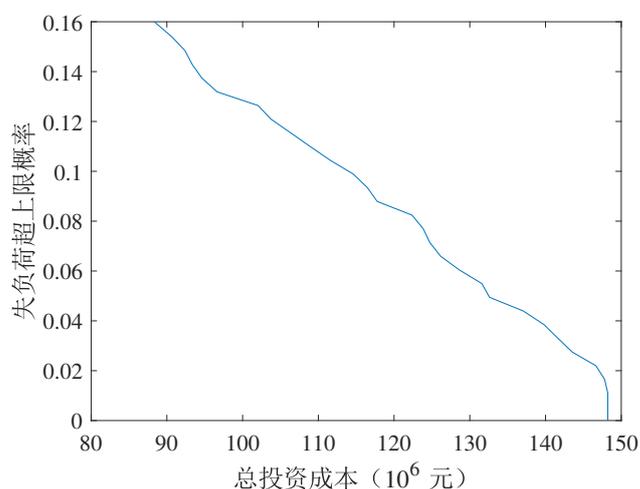


图 3.5 独立微网失负荷超出上限的概率和总投资成本的帕累托前沿

为保守，即使负荷再增长一些也不会出现失负荷。随机规划模型的成本最低，但是测试风险达到 2.672，相比之下显著高于设置的上界 0，说明随机规划方法所得的结果在规划用数据中能取得预定效果，而在测试用数据中不行。这是因为数据量不够大，规划用数据代表的经验概率分布与真实概率分布有差别。虽然规划用数据和测试用数据均来自真实概率分布的采样，但是随机规划只针对规划用数据做优化，并且其结果对测试用数据的鲁棒性没有达到需要的程度。因此，有必要采用分布鲁棒优化方法来考虑经验概率分布的不精确性。对于只考虑离散概率分布的 DRO-D 方法，测试风险仍然高于 0，说明有必要考虑一般形式的概率分布。所提方法提供了一种折中方案：总投资成本仅约为鲁棒优化的 66%，并且测试风险为 -0.075 ，仍然小于设置的上限。所以再次验证了式 (3.49)。虽然基于时序仿真的方法与鲁棒优化方法一样在测试用数据中要求不出现失负荷，并达到了相同的风

表 3.1 不同方法下独立微网容量优化配置结果

方法	DRO-C	SP	RO	DRO-D	CS	DRO-KL
新能源容量 x_g (MW)	19.78	18.52	19.62	18.73	29.57	17.98
储能功率容量 x_p (MW)	6.459	5.843	6.178	6.032	8.934	5.540
储能能量容量 x_e (MWh)	39.69	35.56	83.39	36.09	72.32	45.38
总投资成本 f (10^6 元)	101.6	92.96	153.3	94.30	166.7	103.1
测试 Shortfall 风险	-0.075	2.672	-1.473	2.153	-1.545	-0.079

险值，但是其结果较鲁棒优化而言是次优的，所以不是帕累托最优的，这体现了时序仿真方法的局限性。此外，虽然这两种方法在规划用数据中不出现失负荷，但是在测试用数据中仍然会出现，原因在于经验概率分布的不精确性，这再次说明了有必要采用分布鲁棒优化方法。表 3.1 中 DRO-KL 结果在 $\alpha = 0.126$ 的条件下，这时 $\alpha_{1+} \approx 0.096$ 。DRO-KL 的测试 Shortfall 风险与 DRO-C 很接近，但总投资成本高一些。原因是所提方法针对失负荷 Shortfall 风险进行优化，而基于 KL 散度和机会约束的方法关注失负荷超出上限的概率。因此为了达到相近的失负荷 Shortfall 风险效果，基于 KL 散度的方法付出的总投资成本稍高一些。然而，实际上测试用数据代表的概率分布与基于规划用数据的经验概率分布不具有相同的支撑集，所以他们之间的 KL 散度没有定义，导致基于 KL 散度构造的概率分布模糊集不包含测试用数据代表的概率分布。

3.4.4 参数灵敏度分析

研究一些参数对所提方法结果的影响，包括概率分布模糊集半径 ϵ 、规划用数据量 N 、可接受失负荷量 λ 以及储能单位容量成本 C_p 和 C_e 。在基础算例中 $\epsilon = 0.02$ 、 $\lambda = 1.606$ MWh、 $N = 182$ 、 $C_p = 10^6$ 元/MW、 $C_e = 1.2 \times 10^6$ 元/MWh。失负荷 Shortfall 风险上界设为 0。

表 3.2 展示了所提方法在不同的概率分布模糊集半径 ϵ 下的容量优化配置结果。当 ϵ 增加时，概率分布模糊集变大，所以结果保守性随之增加，带来更高的总投资成本和更低的失负荷风险。注意到当 ϵ 为 0、0.002、0.005、0.01 时测试风险大于 0，说明这些半径取值不足以保证概率分布模糊集包含测试用数据代表的概率分布。当 $\epsilon = 0$ 时，所提方法退化成为随机规划，并且结果与 SP 模型完全相同。

在表 3.3 中展示规划用数据量 N 的影响。大致而言，数据越多，据此构建的经验概率分布越接近真实概率分布。因此选择概率分布模糊集半径 ϵ 时，应该结合数据量 N 和决策者风险偏好综合考虑。事实上，文献 [167] 给出了真实概率分

表 3.2 不同概率分布模糊集半径下独立微网容量优化配置结果

概率分布模糊集半径 ϵ	0	0.002	0.005	0.01	0.02	0.04
新能源容量 x_g (MW)	18.52	18.29	18.67	19.42	19.78	17.79
储能功率容量 x_p (MW)	5.843	5.851	6.008	6.098	6.459	6.832
储能能量容量 x_e (MWh)	35.56	36.61	36.60	36.65	39.69	51.44
总投资成本 f (10^6 元)	92.96	93.67	94.74	96.69	101.6	111.3
测试 Shortfall 风险	2.672	2.496	2.024	1.198	-0.075	-0.418

布位于概率分布模糊集中概率的一个下界如下：

$$1 - \exp\left(-\frac{\epsilon^2}{2\Phi^2}N\right) \quad (3.59)$$

其中 $\Phi := \sup\{\|\xi - \xi'\|_1 \mid \xi, \xi' \in \Xi\}$ 是 Ξ 的直径，即任意两个随机变量取值之间的最远距离。因此，可以通过式 (3.59) 在给定的 Φ 、 N 和概率分布模糊集包含真实概率分布的置信概率下选取 ϵ 。如果需要保持一个固定的置信概率，那么 ϵ 应该正比于 $1/\sqrt{N}$ 和 Φ 。

表 3.3 不同规划用数据量下独立微网容量优化配置结果

规划用数据量 N	91	182	273	364	455
新能源容量 x_g (MW)	19.60	19.78	18.54	19.22	18.91
储能功率容量 x_p (MW)	6.538	6.459	5.898	5.823	6.040
储能能量容量 x_e (MWh)	45.11	39.69	47.23	46.97	48.39
总投资成本 f (10^6 元)	107.7	101.6	107.1	108.3	109.5
测试 Shortfall 风险	-0.346	-0.075	-0.284	-0.360	-0.397

表 3.4 中为不同可接受失负荷量 λ 下的容量优化配置结果。因为失负荷 Shortfall 风险的定义依赖于 λ ，所以通过测试用数据中的平均失负荷量来反映鲁棒性。结果表明， λ 越大说明对失负荷的容忍度越高，于是总投资成本减小，测试平均失负荷量升高，并且取值通常接近 λ 。

随着储能相关技术的发展和成熟，储能成本在未来可能下降。为了研究储能单位容量成本对容量优化配置结果的影响，将 C_p 和 C_e 同时乘以一个系数，系数变化时的结果在表 3.5 中展示。基础算例对应储能单位容量成本乘以系数 1.0 的情况。随着储能单位容量成本降低，新能源发电装机容量降低，储能功率和能量容量升高，并且总投资成本降低。

表 3.4 不同可接受失负荷量下独立微网容量优化配置结果

可接受失负荷量 λ (MWh)	0.9636	1.606	2.409	3.212	4.015
新能源容量 x_g (MW)	15.47	19.78	15.64	13.40	11.96
储能功率容量 x_p (MW)	4.896	6.459	5.620	4.932	4.567
储能能量容量 x_e (MWh)	70.16	39.69	35.70	34.37	33.29
总投资成本 f (10^6 元)	126.2	101.6	86.00	78.34	73.21
测试平均失负荷量 (MWh)	0.729	1.546	2.755	3.750	4.780

表 3.5 不同储能单位容量成本下独立微网容量优化配置结果

储能单位容量成本乘以系数	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
新能源容量 x_g (MW)	9.072	11.68	15.64	19.78	20.38
储能功率容量 x_p (MW)	4.744	4.120	5.620	6.459	6.200
储能能量容量 x_e (MWh)	72.08	62.55	35.70	39.69	38.76
总投资成本 f (10^6 元)	58.27	75.54	86.00	101.6	112.2

3.4.5 保守性讨论

本章所提求解方法可能额外引入的保守性来自于 2.5.3 节中提出的基于 Lipschitz 常数的求解方法。2.5.4 节中已分析，保守性可能产生于两个方面：第一，应用文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5 给出最坏期望的一个保守近似，即本章式 (3.17)；第二，如果采用的 Lipschitz 常数不是最小的，会额外引入保守性。

实际上，本章所提求解方法不存在第二种额外保守性，命题 3.3 和后续分析已经说明所采用的 Lipschitz 常数是最小的。此外，2.5.3 节中提出的算法 2.1 与命题 3.3 给出相同的 Lipschitz 常数，说明在这个算例中算法 2.1 能得到最小的 Lipschitz 常数。

对于第一种额外保守性，由于随机变量取值范围 $\Xi \neq \mathbb{R}^{2T}$ ，所以额外保守性可能存在。虽然难以计算最坏期望的准确值，但是可以通过检查上下界来估计保守性的大小。根据式 (3.49)， $r_d(\mathbf{x}) \leq r_0(\mathbf{x}) \leq r_c(\mathbf{x})$ ，即准确风险在 DRO-D 模型风险和所提求解方法风险之间。把风险上限设为 0，则容量优化配置结果从最乐观到最保守的排序应该为所提求解方法结果、准确结果、DRO-D 结果。所提求解方法结果为 101.6×10^6 元，是准确结果的上界。为了利用 DRO-D 模型得到更好的下界，扩大离散概率分布的概率分布模糊集，使其包括全部 637 组数据的范围，此时结果为 95.76×10^6 元。如果概率分布模糊集进一步扩大，也许能得到更好的下界。

但是目前已经可以得出结论，准确结果在 95.76×10^6 元与 101.6×10^6 元之间，所以这个例子中所提求解方法的保守性不超过 6.1%。

3.5 本章小结

本章提出了一种考虑失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险的独立微网中新能源发电和储能容量优化配置的双目标模型，把基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集下定义的分布鲁棒 Shortfall 风险近似成了线性规划最优值。为了求解双目标优化的帕累托前沿，利用 ε -约束法将求解帕累托前沿的问题转化为参数线性规划问题，在此基础上提出了计算帕累托前沿解析表达式的算法。

在算例分析中，将所提方法与传统随机规划、鲁棒优化、基于 Wasserstein 距离但只考虑离散概率分布的分布鲁棒优化方法、基于时序仿真的方法、基于 KL 散度的分布鲁棒优化做了对比。大致而言，所提方法能很好地平衡最优性和鲁棒性：与鲁棒优化、基于时序仿真的方法相比结果经济性更强，与随机规划和只考虑离散概率分布的分布鲁棒优化方法相比鲁棒性更强。增加概率分布模糊集的半径、增加数据量、减小可接受失负荷量等操作会使得结果变得更保守。当储能单位成本下降时，优化配置结果中新能源发电容量减小，储能容量增大。

第 4 章 偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置

4.1 概述

新能源资源有时远离负荷中心，例如中国西北地区富含风力和光伏资源，但是人口密度较低，电负荷较少，于是电能传输到东部负荷中心^[184]，即出现了新能源发电的远距离传输。受到实时天气影响，光伏发电和风力发电出力的随机性和波动性很强^[185]，并且平均发电功率通常远小于装机容量。因此，如果传输线容量与装机容量一致，则传输线利用率很低。可以在新能源场站配置储能^[186]，平滑新能源出力。这种做法的优势在于两个方面：第一，新能源场站变得部分可控，从而减弱电网需要应对的不确定性^[187]；第二，平滑新能源出力曲线后，传输线所需容量降低。考虑到输电走廊的长距离，单位容量传输线成本较高，所以在新能源场站配置储能可能对减少投资成本有很大帮助。因此，需要协调优化配置传输线和储能容量。

本章研究偏远新能源场站的储能和传输线容量规划问题，致力于优化经济性，包括限制新能源弃电与最小化总投资成本。为了处理新能源发电的不确定性，并考虑经验概率分布的不精确性，采用基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法为容量优化配置问题建模，并等价地转换为线性规划进行求解。研究框架如图 4.1 所示。

本章创新点在于两个方面：

第一，提出了一种为偏远新能源场站协调优化配置储能和传输线容量的分布鲁棒优化模型，减少所需传输线容量并降低投资成本，缓解电网面临的新能源出力波动问题。通过分布鲁棒 CVaR 约束限制新能源弃电，并考虑经验概率分布的不精确性。所提模型能够同时达到保持新能源高利用率、减少总投资成本以及减弱不确定性的效果。

第二，提出了求解所提分布鲁棒容量优化配置模型的一种系统性方法，关键在于转化新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束。为此，将最小化新能源弃电量的运行优化问题转化为以新能源发电随机变量和输电-储能设备容量为参数的参数线性规划，并构建了一种基于线性规划的方法将新能源弃电量表达为关于参数的分段仿射函数。然后利用 CVaR 的性质，把新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束转化为线性模型。最后，所提分布鲁棒容量优化配置问题归结于求解线性规划。

本章首先在 4.2 节建立分布鲁棒容量优化配置问题的数学模型，然后 4.3 节提出求解方法，4.4 通过算例进行验证和分析，最后在 4.5 节得出结论。

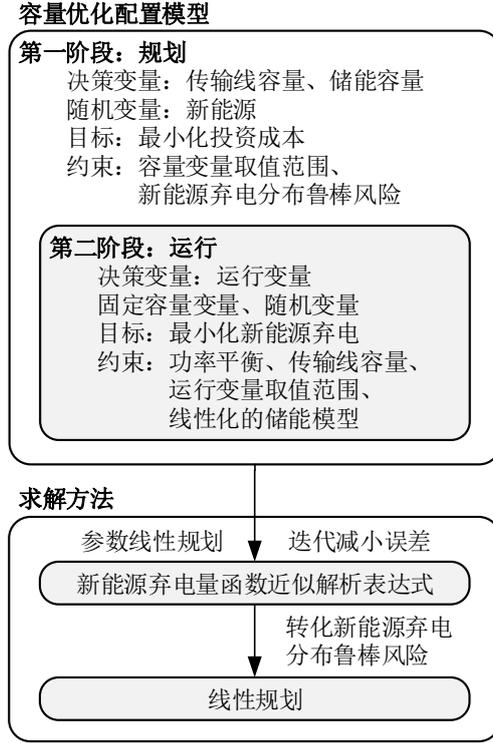


图 4.1 偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置研究框架

4.2 数学模型

本节首先建立运行优化模型，然后定义概率分布模糊集，并据此构建新能源弃电约束，最后提出分布鲁棒容量优化配置问题数学模型。

4.2.1 运行优化模型

所考虑的偏远新能源场站配置储能并通过传输线连接电网，能量流动关系如图 4.2 所示。在运行优化问题中，考虑 T 个时间段，每个时间段长度为 Δ_t 。时间段集合记为 $S_T := \{1, 2, \dots, T\}$ 。第 t 个时间段中新能源最大发电功率记为 ξ_t ，是随机变量，并将新能源弃电功率记为 p_t^c 。第 t 个时间段中从发电到储能、从发电到输电与从储能到输电的功率分别记作 p_t^{rs} 、 p_t^{rg} 与 p_t^{sg} 。

令 x_p 、 x_e 和 x_l 分别表示储能功率容量、储能能量容量和传输线容量。第 t 个时间段结束时储能储存的能量记为 e_t ，并用 e_0 表示初始状态储存的能量，则运行优化问题如下：

$$f(\mathbf{x}, \xi) := \min \sum_{t \in S_T} p_t^c \Delta_t \quad (4.1)$$

$$\text{s.t. } p_t^{rs}, p_t^{rg}, p_t^{sg}, p_t^c \geq 0, \forall t \in S_T \quad (4.2)$$

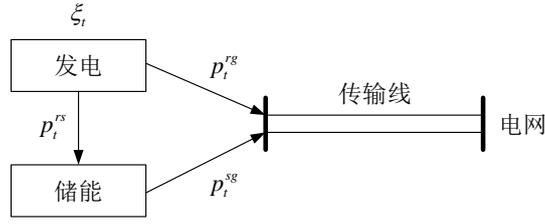


图 4.2 偏远新能源场站能量流动关系

$$\xi_t^g = p_t^{rs} + p_t^{rg} + p_t^c, \forall t \in S_T \quad (4.3)$$

$$p_t^{rg} + p_t^{sg} \leq x_l, \forall t \in S_T \quad (4.4)$$

$$e_t = e_0 + \sum_{s=1}^t \left(\eta_c p_s^{rs} - \frac{p_s^{sg}}{\eta_d} \right) \Delta_t, \forall t \in S_T \quad (4.5)$$

$$\omega_l x_e \leq e_t \leq \omega_h x_e, \forall t \in S_T, e_T = e_0 \quad (4.6)$$

$$p_t^{rs} \leq x_p, p_t^{sg} \leq x_p, \forall t \in S_T \quad (4.7)$$

$$p_t^{rs} + p_t^{sg} \leq x_p, \forall t \in S_T \quad (4.8)$$

其中式 (4.1) 表示优化目标为最小化新能源弃电量；式 (4.2) 规定功率流向与变量非负；式 (4.3) 表示发电处的功率平衡；式 (4.4) 为传输线容量约束；式 (4.5) - 式 (4.8) 组成储能运行模型^[188]。其中 η_c 和 η_d 分别为储能充电和放电效率，式 (4.5) 描述储能 SoC 动态； ω_l 和 ω_h 分别为储能 SoC 下界和上界，式 (4.6) 限制储能 SoC 的范围，并要求始末储存能量相同使得能够连续运行；式 (4.7) 含有充放电功率范围约束；在式 (4.8) 中，允许每个时间段分成充电子区间和放电子区间，使得可能不严格互补的充电和放电功率仍然物理上可实现^[188]：例如，将 p_t^{rs} 和 p_t^{sg} 看作第 t 个时间段中的平均功率。储能先以 x_p 功率充电 $p_t^{rs} \Delta_t / x_p$ 时间，然后以 x_p 功率放电 $p_t^{sg} \Delta_t / x_p$ 时间，该时间段剩余时间中储能不充电不放电。通过这种方式，储能不需要同时充放电，并在第 t 个时间段达到了 p_t^{rs} 的平均充电功率和 p_t^{sg} 的平均放电功率。

在式 (4.1) - 式 (4.8) 的运行优化问题中，容量变量 $\mathbf{x} := (x_p, x_e, x_l)$ 和新能源发电 $\xi := (\xi_t; t \in S_T)$ 被看作参数，而决策变量为 p_t^{rs} 、 p_t^{rg} 、 p_t^{sg} 、 p_t^c 、 e_t ，其中 $t \in S_T$ 。因此，式 (4.1) - 式 (4.8) 的最优值，即新能源弃电量，可以看作关于 \mathbf{x} 和 ξ 的函数，并记作 $f(\mathbf{x}, \xi)$ 。

4.2.2 概率分布模糊集

不确定性来自于新能源发电 ξ ，它包含了 T 个取值在 $[0, \bar{P}]$ 之间的随机数，其中 \bar{P} 为新能源场站的装机容量。因此，随机变量 ξ 的取值范围 Ξ 定义如下：

$$\Xi := \{\xi \in \mathbb{R}^T \mid 0 \leq \xi_t \leq \bar{P}, \forall t \in S_T\} \quad (4.9)$$

根据天气历史数据和新能源场站参数，生成 ξ 的 N 组采样数据，记作 $\xi_n := (\xi_{t,n}; t \in S_T)$ ， $n \in S_N$ ，其中 $S_N := \{1, 2, \dots, N\}$ 。采用 2.2 节中的方法，基于采样数据建立经验概率分布 \mathbb{P}_0 ，然后通过 1-范数 Wasserstein 距离定义概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 。

4.2.3 新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束

将可接受的新能源弃电率记为 λ ， $\lambda \in [0, 1]$ ，则新能源弃电可接受的事件可表示为 $f(\mathbf{x}, \xi) \leq \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t$ 。因为新能源发电 ξ 的不确定性，这是一个随机事件。一种常用的做法是考虑随机事件的概率，从而得到以下分布鲁棒机会约束：

$$\inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{P} \left[f(\mathbf{x}, \xi) \leq \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t \right] \geq \beta \quad (4.10)$$

其中 β 为可接受的最小概率，因此式 (4.10) 表示对概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中的所有概率分布，新能源弃电可接受的概率不小于 β 。

式 (4.10) 可看作一个分布鲁棒风险约束。实际上，通过定义一个代表损失的函数并利用 VaR，可将式 (4.10) 等价地转化为一个分布鲁棒 VaR 约束。代表损失的函数定义如下：

$$g(\mathbf{x}, \xi) := f(\mathbf{x}, \xi) - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t \quad (4.11)$$

即运行优化得到的新能源弃电量减去可接受的新能源弃电量。因为 $g(\mathbf{x}, \xi) \leq 0$ 等价于 $f(\mathbf{x}, \xi) \leq \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t$ ，式 (4.10) 等价于

$$\inf_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{P} [g(\mathbf{x}, \xi) \leq 0] \geq \beta \quad (4.12)$$

利用式 (2.8) 中 VaR 的定义，类似 2.5.1 节中式 (2.20)，式 (4.12) 等价于以下分布鲁棒 VaR 约束：

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-VaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \leq 0 \quad (4.13)$$

由于 VaR 非凸，并且 CVaR 是 VaR 最好的具有凸性质的保守近似^[171]，所以采用以下分布鲁棒 CVaR 约束：

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \leq 0 \quad (4.14)$$

根据 2.5.1 节中的分析，式 (4.14) 为式 (4.10) 的一个充分条件。

本章所提模型采用 CVaR 作为风险度量的理由有以下三个方面：第一，CVaR 是一种具有良好性质的风险度量，它能反应概率分布尾部情况，并为恶劣情形的期望损失提供信息。CVaR 是相干的 (Coherent)、变迁等价的 (Transition-Equivalent)、正齐性的 (Positively Homogeneous)、凸的，并且具有一些单调性方面的性质，因此 CVaR 在金融、工程和许多其他领域得到了广泛应用^[168]。同时，CVaR 也符合本章度量弃电风险的需求。第二，优化问题中 CVaR 可以等价地用线性约束建模^[168]，使其能被有效转化和处理。利用 CVaR 的这个优势，本章提出了基于线性规划的模型求解方法，并将在 4.3 节中具体描述。第三，因为 CVaR 是 VaR 最好的凸近似^[171]，CVaR 和 VaR 具有密切联系。VaR 约束等价于机会约束，但他们非凸导致难以处理和有效求解。CVaR 通过提供机会约束的一个保守近似，避免了非凸带来的问题。

4.2.4 容量优化配置模型

偏远新能源场站的储能和传输线容量协调优化配置问题建立如下：

$$\min_{\mathbf{x}} C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \quad (4.15)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} = (x_p, x_e, x_l) \geq \mathbf{0} \quad (4.16)$$

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \leq 0 \quad (4.17)$$

其中式 (4.15) 表示优化目标为最小化储能和传输线的总投资成本；式 (4.16) 为容量的非负约束；式 (4.17) 为新能源弃电约束。式 (4.15) 中目标函数适用于储能的能量容量和功率容量可分开规划的储能类型，对于能量和功率容量紧密联系的储能，可固定储能时长参数，即令 x_e 为 x_p 的固定倍数。这相当于增加一个线性约束，不改变优化配置模型主体，并且后续求解方法仍然适用。虽然一般而言储能与传输线使用年限不同，但是可以折算为同一时间尺度内的运行成本，通过合理加权使得能够计算总成本。这个过程只需要调节权重系数，不需改变所提模型与求解方法。式 (4.15) 目标函数中假设传输线成本与容量成正比^[189]，这个假设较为粗糙，实际场景中传输线成本由电压等级、线路型号与回数、线路长度、地理条件等多种因素共同决定。但是在规划阶段尚未确定具体细节，可先通过基于式 (4.15) 目标函数的容量优化配置模型估计传输线大致容量，从而确定候选方案范围。之后，修改目标函数形式，通过求解 MILP，在候选传输线方案中，找出最优方案以及此时储能容量，具体做法见 4.4.7 节。

式 (4.15) - 式 (4.17) 中的分布鲁棒优化问题含有一个分布鲁棒 CVaR 约束，

且概率分布模糊集基于 Wasserstein 距离定义。求解的另一个难点来自代表损失的函数 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ ，它含有式 (4.1) - 式 (4.8) 中线性规划最优值定义的函数 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ ，目前其函数解析表达式未知。以上两个难点使得式 (4.15) - 式 (4.17) 的容量优化配置问题难以直接求解。

4.3 求解方法

本节首先根据参数线性规划分析新能源弃电量函数 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 的解析表达式，然后提出一种计算近似表达式的算法，并据此将式 (4.15) - 式 (4.17) 的容量优化配置问题转化为能用商业求解器直接求解的线性规划问题形式。

4.3.1 计算新能源弃电量函数的表达式

本小节首先介绍新能源弃电量函数准确的解析表达式，然后分析近似误差，提出通过迭代逐渐减少误差的近似方法，最后总结近似新能源弃电量函数表达式的算法。

4.3.1.1 新能源弃电量函数的解析表达式

为了简洁，将式 (4.1) - 式 (4.8) 中定义新能源弃电量函数 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 的线性规划写成以下紧凑形式：

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}) &:= \min_{\mathbf{y}} \mathbf{c}^T \mathbf{y} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}_1 \mathbf{y} &\leq \mathbf{b}_1 + \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{y} &= \mathbf{b}_2 + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\theta} \end{aligned} \quad (4.18)$$

其中 $\boldsymbol{\theta} := (\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 是参数列向量； \mathbf{y} 是包括 p_t^{rs} 、 p_t^{rg} 、 p_t^{sg} 、 p_t^c 、 e_t ， $t \in S_T$ 的决策变量； \mathbf{A}_1 、 \mathbf{A}_2 、 \mathbf{b}_1 、 \mathbf{b}_2 、 \mathbf{B}_1 、 \mathbf{B}_2 、 \mathbf{c} 均为系数矩阵或向量。式 (4.18) 为约束右端项含有参数的参数线性规划问题^[173]。

令 \bar{x}_p 、 \bar{x}_e 、 \bar{x}_l 分别表示 x_p 、 x_e 、 x_l 的上界，并将容量变量 \mathbf{x} 的取值范围 X 如下：

$$X := \{\mathbf{x} = (x_p, x_e, x_l) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x_p \leq \bar{x}_p, 0 \leq x_e \leq \bar{x}_e, 0 \leq x_l \leq \bar{x}_l\} \quad (4.19)$$

综合 \mathbf{x} 的取值范围 X 与 $\boldsymbol{\xi}$ 的取值范围 Ξ ，得到 $\boldsymbol{\theta}$ 的取值范围 Θ 的定义如下：

$$\Theta := \{(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) \mid \mathbf{x} \in X, \boldsymbol{\xi} \in \Xi\} \quad (4.20)$$

以下将推导函数 $f(\boldsymbol{\theta})$ ， $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$ 的解析表达式。

命题 4.1： 对任意 $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$ ， $f(\boldsymbol{\theta})$ 有限。

命题 4.1 证明见附录 B.1。命题 4.1 的物理意义是新能源弃电量非负并且小于等于新能源最大发电量，证明中构造的可行解相当于舍弃所有新能源发电，因此命题 4.1 的结论是自然的。

式 (4.18) 中线性规划的对偶问题如下：

$$\begin{aligned} \max_{\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu}} \quad & (\mathbf{b}_1 + \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{\gamma} + (\mathbf{b}_2 + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{\mu} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{A}_1^\top \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{A}_2^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{c}, \boldsymbol{\gamma} \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (4.21)$$

命题 4.1 表明，式 (4.18) 中线性规划在任意 $\boldsymbol{\theta} \in \Theta$ 下具有有限最优值，所以根据线性规划对偶理论^[174]，式 (4.21) 具有与式 (4.18) 相同的最优值，所以有

$$f(\boldsymbol{\theta}) = \max_{(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu}) \in \Gamma} (\mathbf{b}_1 + \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{\gamma} + (\mathbf{b}_2 + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{\mu} \quad (4.22)$$

其中对偶可行域 Γ 定义如下：

$$\Gamma := \{(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu}) \mid \mathbf{A}_1^\top \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{A}_2^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{c}, \boldsymbol{\gamma} \leq \mathbf{0}\} \quad (4.23)$$

所以 Γ 是一个多面体。根据命题 4.1， $f(\boldsymbol{\theta})$ 有限，因此式 (4.22) 中最大值能够在 Γ 的顶点 (Vertex) 处取到。将 Γ 的顶点集记为 $V(\Gamma) := \{(\boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k); k = 1, 2, \dots, K\}$ ，则

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}) &= \max_{(\boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k) \in V(\Gamma)} (\mathbf{b}_1 + \mathbf{B}_1 \boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{\gamma}_k + (\mathbf{b}_2 + \mathbf{B}_2 \boldsymbol{\theta})^\top \boldsymbol{\mu}_k \\ &= \max_{(\boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k) \in V(\Gamma)} (\boldsymbol{\gamma}_k^\top \mathbf{B}_1 + \boldsymbol{\mu}_k^\top \mathbf{B}_2) \cdot \boldsymbol{\theta} + (\boldsymbol{\gamma}_k^\top \mathbf{b}_1 + \boldsymbol{\mu}_k^\top \mathbf{b}_2) \\ &= \max_{(\boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k) \in V(\Gamma)} f_k(\boldsymbol{\theta}) \end{aligned} \quad (4.24)$$

其中

$$f_k(\boldsymbol{\theta}) := (\boldsymbol{\gamma}_k^\top \mathbf{B}_1 + \boldsymbol{\mu}_k^\top \mathbf{B}_2) \cdot \boldsymbol{\theta} + (\boldsymbol{\gamma}_k^\top \mathbf{b}_1 + \boldsymbol{\mu}_k^\top \mathbf{b}_2) \quad (4.25)$$

是关于 $\boldsymbol{\theta}$ 的分段仿射函数。式 (4.24) 表明 $f(\boldsymbol{\theta})$ 是有限个仿射函数的逐点最大结果。因此， $f(\boldsymbol{\theta})$ 是分段仿射的凸函数^[174]。

式 (4.1) - 式 (4.8) 中约束数量决定了对偶变量 $(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu})$ 的维数。因为含储能的运行优化问题是多时间段的，所以 $(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu})$ 的维数不可避免地很高，导致 Γ 含有大量的顶点。因此，列举 $V(\Gamma)$ 中的所有顶点是不现实的。实际上，通常只有一部分顶点有必要出现在式 (4.24) 中。

4.3.1.2 近似误差分析

对任意子集 $W \subseteq V(\Gamma)$ 有

$$f(\boldsymbol{\theta}) \geq f_W(\boldsymbol{\theta}) := \max_{(\boldsymbol{\gamma}_k, \boldsymbol{\mu}_k) \in W} f_k(\boldsymbol{\theta}) \quad (4.26)$$

其中 $f_W(\theta)$ 是 $f(\theta)$ 的一个近似函数, 并且 W 越大, 近似越精确。因为 $f_W(\theta)$ 分段仿射, 所以在它仿射的区域里研究它更为方便。显然在这样的区域中某个仿射函数达到所有仿射函数之中的最大, 即

$$\Theta_{W,k} := \{\theta \in \Theta \mid f_k(\theta) \geq f_l(\theta), \forall (\gamma_l, \mu_l) \in W, l \neq k\} \quad (4.27)$$

当 $\theta \in \Theta_{W,k}$ 时, 第 k 个仿射函数达到最大, 并且 $f_W(\theta) = f_k(\theta)$ 。因为 $f_k(\theta)$ 和 $f_l(\theta)$ 是仿射函数, 所以 $\Theta_{W,k}$ 是多面体。如果用 $f_W(\theta)$ 近似 $f(\theta)$, 则 $\Theta_{W,k}$ 中最大误差可通过下式计算:

$$\begin{aligned} & \max_{\theta \in \Theta_{W,k}} f(\theta) - f_k(\theta) \\ &= \begin{cases} \max_{\theta, \gamma, \mu} v(\theta, \gamma, \mu) \\ \text{s.t. } \theta \in \Theta_{W,k}, (\gamma, \mu) \in \Gamma \end{cases} \end{aligned} \quad (4.28)$$

其中根据式 (4.21) 中的对偶问题形式给出 $v(\theta, \gamma, \mu)$ 如下:

$$\begin{aligned} v(\theta, \gamma, \mu) := & (\mathbf{b}_1 + \mathbf{B}_1 \theta)^\top \gamma + (\mathbf{b}_2 + \mathbf{B}_2 \theta)^\top \mu \\ & - (\gamma_k^\top \mathbf{B}_1 + \mu_k^\top \mathbf{B}_2) \cdot \theta - (\gamma_k^\top \mathbf{b}_1 + \mu_k^\top \mathbf{b}_2) \end{aligned} \quad (4.29)$$

虽然式 (4.28) 中可行域是所面体, 但是目标函数 $v(\theta, \gamma, \mu)$ 含有乘积项 $\theta^\top \mathbf{B}_1^\top \gamma$ 和 $\theta^\top \mathbf{B}_2^\top \mu$ 。采用爬山法 (Mountain Climbing)^[190] 求解式 (4.28) 中优化问题。如算法 4.1 所示, 这种方法交替优化 θ 和 (γ, μ) , 通过不断求解线性规划来解式 (4.28)。

算法 4.1 爬山法^[190]

输入: 式 (4.28) 中优化问题的参数、初始可行点 $\theta^{(0)} \in \Theta_{W,k}$ 、收敛准则的参数 $\delta > 0$ 。

输出: 式 (4.28) 中优化问题的一个解 $(\theta^{(i)}, \gamma^{(i)}, \mu^{(i)})$ 。

- 1: 初始化: 令 $i \leftarrow 1$ 。
 - 2: 求解线性规划 $\max_{(\gamma, \mu) \in \Gamma} v(\theta^{(i-1)}, \gamma, \mu)$ 并得到最优解 $(\gamma^{(i)}, \mu^{(i)})$ 。
 - 3: 求解线性规划 $\max_{\theta \in \Theta_{W,k}} v(\theta, \gamma^{(i)}, \mu^{(i)})$ 并得到最优解 $\theta^{(i)}$ 。
 - 4: 若 $v(\theta^{(i)}, \gamma^{(i)}, \mu^{(i)}) - v(\theta^{(i-1)}, \gamma^{(i)}, \mu^{(i)}) \leq \delta$ 则终止, 否则更新 $i \leftarrow i + 1$ 并转到第 2 步。
-

为了给出式 (4.28) 中优化的初始可行点 $\theta^{(0)} \in \Theta_{W,k}$, 计算 $\Theta_{W,k}$ 的切比雪夫中心 (Chebyshev Center), 即多面体 $\Theta_{W,k}$ 之中最大球的中心^[174]。将式 (4.27) 写成 $\Theta_{W,k} = \{\theta \mid \mathbf{u}_i^\top \theta \leq w_i, \forall i\}$ 的形式, 其中 \mathbf{u}_i 和 w_i 是常向量或常数, 那么可以通过求解以下线性规划来寻找切比雪夫中心^[174]:

$$\begin{aligned} & \max_{r, \theta} r \\ & \text{s.t. } \mathbf{u}_i^\top \theta + r \|\mathbf{u}_i\|_2 \leq w_i, \forall i \end{aligned} \quad (4.30)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示 2-范数, 并且切比雪夫中心为最优解中的 θ 值。

4.3.1.3 计算新能源弃电量函数近似表达式的算法

将上述步骤组合起来，得到计算新能源弃电量函数近似表达式的算法，如算法 4.2 所示。

算法 4.2 计算新能源弃电量函数近似表达式

输入：式 (4.18) 中优化问题的参数、包含 θ 典型值的初始点集 Θ_0 、收敛准则的参数 $\delta > 0$ 。

输出： $f(\theta)$ 的一个近似函数 $f_W(\theta)$ 。

- 1: 初始化：令 $W \leftarrow \emptyset$ 。对每个点 $\theta_k \in \Theta_0$ ，在 $\theta = \theta_k$ 时求解式 (4.21) 的线性规划并得到最优解 (γ_k, μ_k) 。如果 $(\gamma_k, \mu_k) \notin W$ ，更新 $W \leftarrow W \cup \{(\gamma_k, \mu_k)\}$ 。
 - 2: 令 $W' \leftarrow W$ 。对每个 $(\gamma_k, \mu_k) \in W$ ，通过式 (4.27) 找到 $\Theta_{W,k}$ 。求解式 (4.30) 的线性规划并得到 $\theta^{(0)} \in \Theta_{W,k}$ 。以 $\theta^{(0)}$ 为初始可行点，用算法 4.1 找到式 (4.28) 的一个解 $(\theta^*, \gamma^*, \mu^*)$ 。如果 $v(\theta^*, \gamma^*, \mu^*) > \delta$ ，则在 $\theta = \theta^*$ 时求解式 (4.21) 的线性规划并得到最优解 (γ', μ') 。如果 $(\gamma', \mu') \notin W'$ ，则更新 $W' \leftarrow W' \cup \{(\gamma', \mu')\}$ 。
 - 3: 如果 $W' = W$ ，那么输出 $f_W(\theta)$ 并终止；否则，更新 $W \leftarrow W'$ 并转到第 2 步。
-

算法 4.2 的想法是通过求解一系列线性规划来寻找必要的对偶可行域顶点。其中第 1 步和第 2 步的构造能保证 $f_k(\theta_k) = f(\theta_k)$ ，所以对任意 $(\gamma_k, \mu_k) \in W$ 有 $\Theta_{W,k}$ 非空。此外，因为 $V(\Gamma)$ 元素数量有限，所以算法 4.2 必定收敛。

4.3.2 将容量优化配置模型转化为线性规划

由于包含式 (4.17) 的分布鲁棒 CVaR 约束，所提容量优化配置模型无法直接求解。将采用 2.5.1 节的方法将分布鲁棒 CVaR 约束转化为含有最坏期望的约束，并进一步利用新能源弃电量函数表达式和 2.5.2 节的方法转化为线性模型。为此，首先需要说明式 (4.17) 中函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 具有 2.4 节中式 (2.13) 定义的损失函数的形式。根据命题 4.1，对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\xi \in \Xi$ ， $f(\mathbf{x}, \xi)$ 有限，从而 $g(\mathbf{x}, \xi) = f(\mathbf{x}, \xi) - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t$ 有限。同时， $g(\mathbf{x}, \xi)$ 也可以写成线性规划的最优值如下：

$$g(\mathbf{x}, \xi) = f(\mathbf{x}, \xi) - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t \quad (4.31)$$

$$= \begin{cases} \min \sum_{t \in S_T} p_t^c \Delta_t - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t \\ \text{s.t. 式 (4.2) - 式 (4.8)} \end{cases} \quad (4.32)$$

$$= \begin{cases} \min s \\ \text{s.t. } s \geq \sum_{t \in S_T} p_t^c \Delta_t - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t \\ \text{式 (4.2) - 式 (4.8)} \end{cases} \quad (4.33)$$

其中 s 为辅助变量。所以， $g(\mathbf{x}, \xi)$ 等于式 (4.33) 中线性规划的最优值， (\mathbf{x}, ξ) 只出现在该线性规划的约束右端项中，并且约束右端项关于 (\mathbf{x}, ξ) 是仿射函数。因此，

$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 为式 (2.13) 定义的损失函数的一种特殊形式, 从而能够采用第 2 章提出的方法转化式 (4.17) 的分布鲁棒 CVaR 约束。

按照 2.5.1 节中式 (2.28) 和式 (2.29) 的等价关系, 式 (4.17) 的分布鲁棒 CVaR 约束等价于最坏期望的如下约束:

$$\alpha + \frac{1}{1 - \beta} \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \alpha, 0\}] \leq 0 \quad (4.34)$$

算法 4.2 给出了 $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 的近似分段仿射函数表达式, 所以 $g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t$ 具有相同的形式, 即

$$g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \max_{k \in S_K} \mathbf{d}_{1,k}^{\top} \mathbf{x} + \mathbf{d}_{2,k}^{\top} \boldsymbol{\xi} + d_{3,k} \quad (4.35)$$

其中 $\mathbf{d}_{1,k}$ 、 $\mathbf{d}_{2,k}$ 、 $d_{3,k}$ 为常向量或常数, S_K 为指标集。因此有

$$\begin{aligned} & \max\{g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \alpha, 0\} \\ &= \max \left\{ \max_{k \in S_K} \mathbf{d}_{2,k}^{\top} \boldsymbol{\xi} + (\mathbf{d}_{1,k}^{\top} \mathbf{x} + d_{3,k} - \alpha), 0 \right\} \end{aligned} \quad (4.36)$$

为关于 $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 的一些仿射函数的逐点最大值。

将随机变量取值范围 Ξ 写成 $\Xi = \{\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^T \mid \mathbf{H}\boldsymbol{\xi} \leq \mathbf{h}\}$ 的形式, 其中 \mathbf{H} 和 \mathbf{h} 为常数矩阵或向量。按照 2.5.2 节中式 (2.39), 最坏期望 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - \alpha, 0\}]$ 等于

$$\inf_{\rho, s, \boldsymbol{\sigma}} \epsilon \rho + \frac{1}{N} \sum_{n \in S_N} s_n \quad (4.37)$$

$$\text{s.t. } \boldsymbol{\sigma}_{nk} \geq \mathbf{0}, \forall n \in S_N, k \in S_K \quad (4.38)$$

$$\mathbf{d}_{1,k}^{\top} \mathbf{x} + d_{3,k} - \alpha + \mathbf{d}_{2,k}^{\top} \boldsymbol{\xi}_n + (\mathbf{h} - \mathbf{H}\boldsymbol{\xi}_n)^{\top} \boldsymbol{\sigma}_{nk} \leq s_n, \forall n \in S_N, k \in S_K \quad (4.39)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n0} \geq \mathbf{0}, (\mathbf{h} - \mathbf{H}\boldsymbol{\xi}_n)^{\top} \boldsymbol{\sigma}_{n0} \leq s_n, \forall n \in S_N \quad (4.40)$$

$$\mathbf{H}^{\top} \boldsymbol{\sigma}_{nk} - \mathbf{d}_{2,k} \leq \rho \mathbf{1}_T, -\mathbf{H}^{\top} \boldsymbol{\sigma}_{nk} + \mathbf{d}_{2,k} \leq \rho \mathbf{1}_T, \forall n \in S_N, k \in S_K \quad (4.41)$$

$$\mathbf{H}^{\top} \boldsymbol{\sigma}_{n0} \leq \rho \mathbf{1}_T, -\mathbf{H}^{\top} \boldsymbol{\sigma}_{n0} \leq \rho \mathbf{1}_T, \forall n \in S_N \quad (4.42)$$

其中 $\mathbf{1}_T$ 表示 T 维全 1 向量。

将式 (4.34) 和式 (4.37) - 式 (4.42) 代入, 得到式 (4.15) - 式 (4.17) 中容量优化配置问题的近似线性规划如下:

$$\min C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \quad (4.43)$$

$$\text{s.t. } x_p, x_e, x_l \geq 0 \quad (4.44)$$

$$\alpha + \frac{1}{1 - \beta} \left(\epsilon \rho + \frac{1}{N} \sum_{n \in S_N} s_n \right) \leq 0 \quad (4.45)$$

$$\text{式(4.38) - 式(4.42)} \quad (4.46)$$

因此, 在根据算法 4.2 计算新能源弃电量函数的近似表达式后, 求解以上线性规划即可得到优化配置结果。

4.4 算例分析

4.4.1 算例设置

为验证本章所提模型和方法, 考虑一个装机容量为 1 GW 的偏远光伏电站。从美国国家太阳辐射数据库^[176] 获取每小时光照数据, 并据此生成每小时新能源发电数据, 如图 3.3(a) 所示, 参见文献 [177]。在每个月选取 10 个典型日, 共组成 120 天的规划用数据, 并另外选取 245 天的数据用于测试。在基础算例中, $T = 24$ 、 $N = 120$ 、 $\Delta_t = 1 \text{ h}$ 并且 $\bar{P} = 1 \text{ GW}$ 。 $\xi_{t,n}$, $t \in S_T$, $n \in S_N$ 来自用于规划的 120 天数据。储能参数为 $\eta_c = \eta_d = 0.95$ 、 $\omega_l = 0.1$ 、 $\omega_h = 0.9$ 、 $C_p = 10^6 \text{ 元/MW}$ 以及 $C_e = 1.2 \times 10^6 \text{ 元/MWh}$ ^[178]。传输线参数为 $C_l = 2 \times 10^7 \text{ 元/MW}$ 。其他参数为 $\epsilon = 0.005$ 、 $\lambda = 5\%$ 和 $\beta = 0.9$ 。所提方法在一台配置 Intel Core i5-5200U 处理器和 8 GB 内存的笔记本电脑上的 MATLAB 环境中借助 YALMIP 工具箱^[179] 实现, 并且优化问题用 Gurobi 9.1^[180] 求解。

4.4.2 新能源弃电量函数

所提方法的第一步是找到新能源弃电量函数的近似表达式, 其中自变量为新能源发电 $\xi = (\xi_t; t \in S_T)$ 和容量变量 $\mathbf{x} = (x_p, x_e, x_l)$ 。根据光伏发电装机容量为 1 GW 的信息, 将新能源弃电量函数的定义域 Θ 设为

$$\Theta := \left\{ \theta = (\mathbf{x}, \xi) \left| \begin{array}{l} 0 \leq \xi_t \leq 1 \text{ GW}, \forall t \in S_T \\ 0 \leq x_p \leq 1 \text{ GW}, 0 \leq x_e \leq 12 \text{ GWh}, 0 \leq x_l \leq 1 \text{ GW} \end{array} \right. \right\} \quad (4.47)$$

对于算法 4.2 的初始点集, ξ 使用 120 天的新能源发电数据, 而 \mathbf{x} 采用随机数进行初始化。具体而言, 期望设为 $x_p = 0.85 \text{ GW}$ 、 $x_e = 5.4 \text{ GWh}$ 和 $x_l = 0.39 \text{ GW}$, 然后分别乘以独立均匀随机生成的 0.85 至 1.15 之间的数。期望值是根据传统优化方法的结果选取的, 后文将详细介绍传统优化方法的做法和结果。

通过参数 θ 的 120 个初始点得到了 $V(\Gamma)$ 的 19 个不同顶点。然后使用算法 4.2, 过程中反复求解线性规划, 其规模均不超过 1000 约束、1000 变量。进行了 6 轮迭代, 共花费 248 s 计算时间, 得到了包含 46 个顶点的子集 $W \subseteq V(\Gamma)$, 以及新能源弃电量函数的近似表达式 $f_W(\mathbf{x}, \xi)$, 这是 46 个仿射函数的逐点最大值。

为了测试近似表达式 $f_W(\mathbf{x}, \xi)$ 的精确程度, 使用 245 天的测试用新能源发电

数据与重新生成的 245 组典型容量值。对比 $f_W(\mathbf{x}, \xi)$ 提供的近似新能源弃电量与通过求解式 (4.1) - 式 (4.8) 运行优化问题得到的新能源弃电量精确值，结果展示在图 4.3 中，在绝大多数测试数据中近似新能源弃电量非常接近精确值。

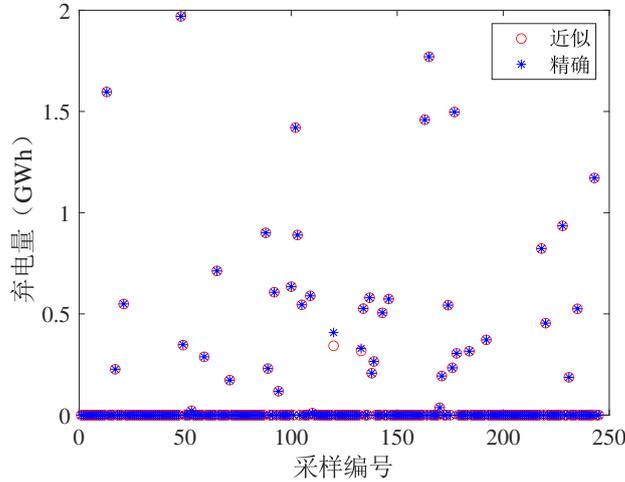


图 4.3 光伏电站弃电量函数近似精确程度

新能源弃电量函数的自变量一共 27 维，其中包括 24 维新能源发电随机变量和 3 维容量变量。用一个典型日的新能源发电数据固定 ξ 的值，然后在图 4.4 中可视化已得到的新能源弃电量函数近似表达式，其中图 4.4(a) 展示了将传输线容量 x_l 固定为 0.39 GW 时弃电量随储能能量容量 x_e 和功率容量 x_p 变化的情况；图 4.4(b) 展示了固定 $x_e/x_p = 6$ h 时弃电量随 x_p 和 x_l 变化的情况。随着 x_p 、 x_e 或者 x_l 增大，新能源弃电量减小。

4.4.3 用于对比分析的其他方法

将所提方法记作 DRO-C。此外，考虑 3 种方法用于对比。

第一种对比方法：基于 CVaR 和随机规划的方法，记作 SP；

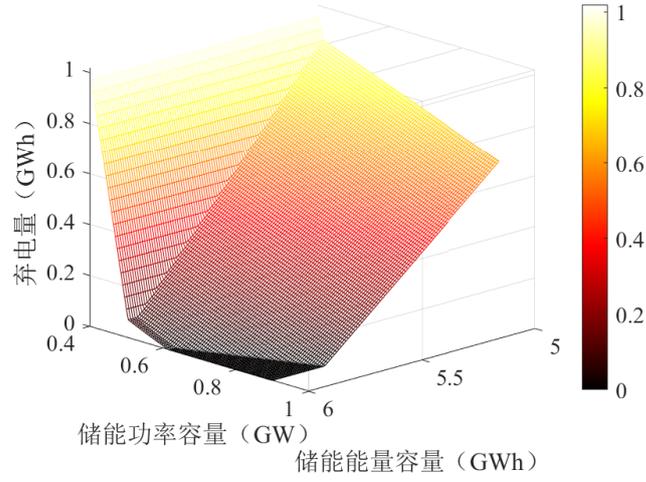
第二种对比方法：鲁棒优化方法，记作 RO；

第三种对比方法：仅考虑离散概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法，记作 DRO-D。

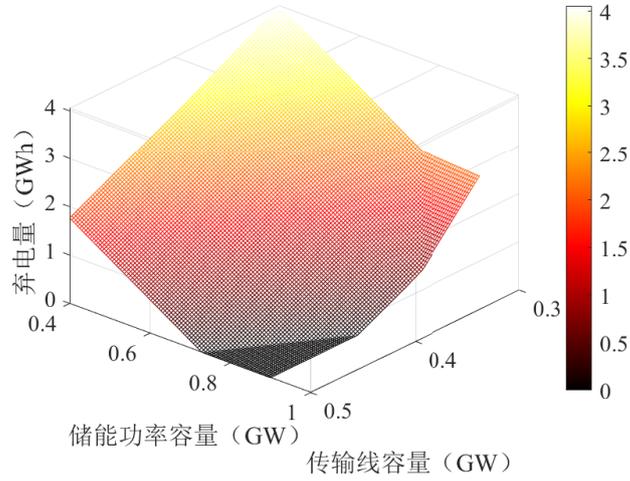
以下分别描述这 3 种对比方法。

4.4.3.1 基于 CVaR 和随机规划的方法

忽略经验概率分布 \mathbb{P}_0 可能的不精确性，将 \mathbb{P}_0 视为真实概率分布，所以式 (4.15) - 式 (4.17) 中容量优化配置模型的分布鲁棒 CVaR 约束替换为 \mathbb{P}_0 下的传



(a) 固定传输线容量为 0.39 GW



(b) 固定储能能量容量/功率容量为 6 h

图 4.4 光伏电站弃电量函数可视化

统 CVaR 约束，即

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{x}} C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \\
 & \text{s.t. } \mathbf{x} = (x_p, x_e, x_l) \geq 0 \\
 & \quad \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}_0}(g(\mathbf{x}, \xi)) \leq 0
 \end{aligned} \tag{4.48}$$

利用式 (2.23)，得到上述容量优化配置模型等价于以下线性规划：

$$\min C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \tag{4.49}$$

$$\text{s.t. } x_p, x_e, x_l \geq 0 \tag{4.50}$$

$$\alpha + \frac{1}{N(1-\beta)} \sum_{n \in S_N} s_n \leq 0 \tag{4.51}$$

$$s_n \geq \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^c \Delta_t - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_{t,n} \Delta_t - \alpha, s_n \geq 0, \forall n \in S_N \quad (4.52)$$

$$\text{式(4.2) - 式(4.8)}, \forall n \in S_N \quad (4.53)$$

其中 $s_n, n \in S_N$ 是辅助变量。

4.4.3.2 鲁棒优化方法

将采样数据范围看作随机变量取值范围，即 $\Xi_0 := \{\xi_n \mid n \in S_N\}$ 。要求对所有 $\xi \in \Xi_0$ ，新能源弃电率都不超过 λ ，即

$$\begin{aligned} \min \quad & C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \\ \text{s.t.} \quad & x_p, x_e, x_l \geq 0 \\ & g(\mathbf{x}, \xi) \leq 0, \forall \xi \in \Xi_0 \end{aligned} \quad (4.54)$$

其中新能源弃电量约束等价于 $g(\mathbf{x}, \xi_n) \leq 0, \forall n \in S_N$ ，所以此时容量优化配置问题的等价线性规划如下：

$$\begin{aligned} \min \quad & C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \\ \text{s.t.} \quad & x_p, x_e, x_l \geq 0 \\ & \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^c \Delta_t - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_{t,n} \Delta_t \leq 0, \forall n \in S_N \\ & \text{式(4.2) - 式(4.8)}, \forall n \in S_N \end{aligned} \quad (4.55)$$

4.4.3.3 仅考虑离散概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法

概率分布模糊集 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中只包括支撑集在 Ξ_0 上的离散概率分布，并且要求这些概率分布与经验概率分布 \mathbb{P}_0 的 Wasserstein 距离不超过 ϵ 。 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 的数学定义由式 (3.43) 给出。从而容量优化配置问题如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{x} = (x_p, x_e, x_l) \geq 0 \\ & \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \leq 0 \end{aligned} \quad (4.56)$$

根据式 (3.43) 中概率分布模糊集 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 的定义以及式 (2.4) 中 Wasserstein 距离的定义，在概率分布模糊集 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 下，式 (4.34) 中最坏期望等于一个线性规划的最优值，即

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - \alpha, 0\}] \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \sup_{q, K} \sum_{n \in S_N} q_n [\max\{g(\mathbf{x}, \xi_n) - \alpha, 0\}] \\ \text{s.t.} \sum_{m, n} K_{mn} \|\xi_m - \xi_n\|_1 \leq \epsilon, \sum_{n \in S_N} q_n = 1 \\ K_{mn} \geq 0, \forall m, n \in S_N \\ \sum_{n \in S_N} K_{mn} = \frac{1}{N}, \forall m \in S_N \\ \sum_{m \in S_N} K_{mn} = q_n, q_n \geq 0, \forall n \in S_N \end{array} \right. \quad (4.58) \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} \min_{\rho, v, \sigma, \tau} \epsilon \rho + \sum_{n \in S_N} \frac{\sigma_n}{N} + \tau \\ \text{s.t.} \rho \|\xi_m - \xi_n\|_1 + v_m + \sigma_n \geq 0, \forall m, n \in S_N \\ -v_n + \tau \geq \max\{g(\mathbf{x}, \xi_n) - \alpha, 0\}, \forall n \in S_N \\ \rho \geq 0 \end{array} \right. \quad (4.59)
 \end{aligned}$$

其中第二个等号由线性规划对偶理论^[174]得到,注意到 $\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - \alpha, 0\}$ 对 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\xi \in \Xi_0$ 有界,从而 $\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - \alpha, 0\}]$ 有限。

因此,这种方法的容量优化配置模型等价于以下线性规划:

$$\begin{aligned}
 & \min C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \\
 & \text{s.t.} x_p, x_e, x_l \geq 0 \\
 & \alpha + \frac{1}{1 - \beta} \left(\epsilon \rho + \sum_{n \in S_N} \frac{\sigma_n}{N} + \tau \right) \leq 0, \rho \geq 0 \\
 & \rho \|\xi_m - \xi_n\|_1 + v_m + \sigma_n \geq 0, \forall m, n \in S_N \\
 & -v_n + \tau \geq \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^c \Delta_t - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_{t,n} \Delta_t - \alpha, \forall n \in S_N \\
 & -v_n + \tau \geq 0, \forall n \in S_N \\
 & \text{式(4.2) - 式(4.8)}, \forall n \in S_N
 \end{aligned} \quad (4.60)$$

4.4.4 结果与对比

在表 4.1 中对比不同方法下的容量优化配置结果。其中 DRO-C 方法需要求解 44 万约束、22 万变量的线性规划, SP 和 RO 方法求解不超过 3 万约束、2 万变量的线性规划, DRO-D 方法求解不超过 5 万约束、2 万变量的线性规划。为了测试保守程度,根据式(2.23)在 245 天的测试用数据中计算损失函数 g 的 β -CVaR。

表 4.1 中的结果显示,在基础算例中测试 CVaR 小于 0,验证了所提方法的有

表 4.1 不同方法下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果

方法	DRO-C	SP	RO	DRO-D
储能功率容量 x_p (GW)	0.8508	0.8487	0.8878	0.8834
储能能量容量 x_e (GWh)	5.4617	5.3783	5.5408	5.4336
传输线容量 x_l (GW)	0.3956	0.3935	0.3982	0.3937
总投资成本 (10^9 元)	15.3175	15.1722	15.5002	15.2777
测试 CVaR	-0.0074	0.0327	-0.0493	0.0050
计算时间 (s)	25	3	3	5

效性。在随机规划方法中，没有考虑经验概率分布的不精确性，所以结果偏乐观，反映为正的测试 CVaR。这说明随机规划给出的结果仅对经验概率分布有效，虽然规划用数据和测试用数据均为来自真实概率分布的采样数据，但是随机规划鲁棒性较低，不能在测试用数据代表的概率分布中达到所要求的低风险。鲁棒优化的结果在所有参与对比的方法中具有最高的总投资成本和最低的测试 CVaR，说明鲁棒优化保守性最强。然而，使用鲁棒优化的容量配置方案时，在测试用数据中仍然会出现新能源弃电量超出可接受范围的情况，原因是经验概率分布的支撑集没有包含所有可能的极端情形。实际上，如果将鲁棒优化方法应用于全部的 365 天数据，那么总投资成本将达到 15.9769×10^9 元，明显高于表中只使用 120 天数据的结果。DRO-D 方法的结果比随机规划更保守，但是比鲁棒优化更乐观，这是因为依照概率分布模糊集定义有 $\mathbb{P}_0 \in \mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon) \subseteq \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 。所提方法和 DRO-D 方法的结果不同，进一步说明 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon) \subsetneq \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ ，而且 $\mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中的最坏概率分布没有被包含在 $\mathcal{B}_d(\mathbb{P}_0, \epsilon)$ 中。因此，只考虑离散概率分布的 DRO-D 方法有其局限性，有必要采用考虑一般概率分布的所提方法。表 4.1 中最后一行是不同方法的计算时间。所提方法计算时间远长于随机规划方法，而 DRO-D 方法也明显比随机规划方法耗时长。尽管如此，对于规划问题而言，各种方法的计算效率都已经足够高。

4.4.5 参数灵敏度分析

研究一些参数对容量优化配置结果的影响，包括概率分布模糊集半径 ϵ 、规划用数据量 N 、可接受新能源弃电率 λ 、CVaR 中可接受概率 β 、传输线单位容量成本 C_l 。

表 4.2 展示了在不同概率分布模糊集半径 ϵ 下的容量优化配置结果。当 ϵ 增加时，结果变得更保守，因为作为一个以 \mathbb{P}_0 为中心的 Wasserstein 距离球，概率分布

模糊集变得更大，使其包含更坏的概率分布。在 $\epsilon = 0$ 的情况，概率分布模糊集退化为只包含经验概率分布的单点集 $\{\mathbb{P}_0\}$ ，因此所提方法也退化为随机规划的情况。所提方法在 $\epsilon = 0$ 时结果与随机规划相同，再次验证了新能源弃电量函数的精确程度足够高。

表 4.2 不同概率分布模糊集半径下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果

概率分布模糊集半径 ϵ	0	0.001	0.002	0.005	0.010
储能功率容量 x_p (GW)	0.8487	0.8493	0.8494	0.8508	0.8901
储能能量容量 x_e (GWh)	5.3783	5.3876	5.4092	5.4617	5.5309
传输线容量 x_l (GW)	0.3935	0.3941	0.3942	0.3956	0.4004
总投资成本 (10^9 元)	15.1722	15.1970	15.2249	15.3175	15.5355
测试 CVaR	0.0327	0.0241	0.0169	-0.0074	-0.0622
计算时间 (s)	24	24	24	25	24

表 4.3 中为不同规划用数据量 N 下的容量优化配置结果。计算时间随着 N 增大而增大。一般而言，数据量越大则经验概率分布 \mathbb{P}_0 越接近真实概率分布。所以在选取半径 ϵ 时，应该综合考虑保守偏好和数据量 N ，例如根据文献 [167] 的命题 3 选取 ϵ 。

表 4.3 不同规划用数据量下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果

规划用数据量 N	48	72	96	120
储能功率容量 x_p (GW)	0.8351	0.8348	0.8506	0.8508
储能能量容量 x_e (GWh)	5.4058	5.3906	5.4580	5.4617
传输线容量 x_l (GW)	0.3946	0.3943	0.3954	0.3956
总投资成本 (10^9 元)	15.2143	15.1901	15.3077	15.3175
测试 CVaR	0.0192	0.0264	-0.0048	-0.0074
计算时间 (s)	5	7	15	25

表 4.4 展示可接受新能源弃电率 λ 对容量优化配置结果的影响。由于损失函数 g 和 CVaR 的定义依赖于 λ ，所以采用测试用数据中的平均新能源弃电率来反映结果保守程度。 λ 越大说明对新能源弃电的要求越低，因此总投资成本下降，测试平均新能源弃电率上升。因为所提方法在最坏概率分布下以不少于 $\beta = 0.90$ 的概率保持可接受新能源弃电率 λ ，所以测试平均新能源弃电率显著小于 λ 。

表 4.5 中为不同 CVaR 参数可接受概率 β 下的容量优化配置结果。因为 CVaR

表 4.4 不同可接受新能源弃电率下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果

可接受新能源弃电率 λ	3%	5%	7%	10%	15%
储能功率容量 x_p (GW)	0.8959	0.8508	0.8427	0.8290	0.7868
储能能量容量 x_e (GWh)	5.6158	5.4617	5.2923	5.0934	4.7760
传输线容量 x_l (GW)	0.4063	0.3956	0.3875	0.3738	0.3519
总投资成本 (10^9 元)	15.7606	15.3175	14.9444	14.4169	13.5554
测试平均新能源弃电率	0.0023	0.0064	0.0125	0.0235	0.0480
计算时间 (s)	25	25	25	25	25

的定义依赖于 β ，所以采用测试用数据中的新能源弃电率可接受频率来反映所提方法有效性。结果中总投资成本和测试新能源弃电率可接受频率随着 β 下降而下降。此外，测试新能源弃电率可接受频率总是大于 β ，原因是所提方法在最坏概率分布下保持可接受概率 β 。

表 4.5 不同 CVaR 中可接受概率下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果

CVaR 中可接受概率 β	0.80	0.84	0.87	0.90	0.93
储能功率容量 x_p (GW)	0.4694	0.8265	0.8346	0.8508	0.8902
储能能量容量 x_e (GWh)	5.4360	5.3502	5.3872	5.4617	5.5333
传输线容量 x_l (GW)	0.3975	0.3915	0.3941	0.3956	0.4006
总投资成本 (10^9 元)	14.9423	15.0774	15.1813	15.3175	15.5420
测试新能源弃电率可接受频率	0.9224	0.9510	0.9592	0.9796	0.9878
计算时间 (s)	25	24	25	25	26

传输线单位容量成本 C_l 的重要影响因素是输电走廊长度。 C_l 对优化配置结果的影响在表 4.6 中展示。当传输线较便宜时，最优解中仅建设传输线而不配置储能。在这种情况下，传输线所需容量仍然小于 1 GW。当 $C_l \geq 1.4 \times 10^7$ 元/MW 时，配置储能可以帮助减小总投资成本。这时 $C_l : C_p : C_e = 14 : 1 : 1.2$ 。 C_l 越大则储能容量越大，传输线容量越小，总投资成本越高。

4.4.6 基于 Lipschitz 常数的方法

4.3 节采用第 2 章提出的基于分段仿射函数表达式的方法将最坏期望转化为线性模型。实际上，也可以采用 2.5.3 节中基于 Lipschitz 常数的方法。为此，需要先找到损失函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的 Lipschitz 常数。

表 4.6 不同传输线单位成本下光伏电站的输电-储能容量优化配置结果

传输线单位成本 C_l (10^7 元/MW)	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
储能功率容量 x_p (GW)	0	0.0961	0.1991	0.3741	0.8508
储能能量容量 x_e (GWh)	0	1.0273	2.1274	4.3855	5.4617
传输线容量 x_l (GW)	0.8481	0.7520	0.6579	0.4882	0.3956
总投资成本 (10^9 元)	10.1771	11.8564	13.2787	14.4236	15.3175
计算时间 (s)	26	26	25	25	25

命题 4.2: 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\xi, \xi' \in \Xi$, 有

$$|g(\mathbf{x}, \xi) - g(\mathbf{x}, \xi')| \leq L \|\xi - \xi'\|_1 \quad (4.61)$$

其中 $L := \max\{\lambda, (1 - \lambda)\} \Delta_t$ 。

命题 4.2 证明见附录 B.2。注意到 λ 代表可接受新能源弃电率, 所以在实际应用中 $\lambda < 1/2$, 例如基础算例中 $\lambda = 0.05$, 进而 $L = \max\{\lambda, 1 - \lambda\} \Delta_t = (1 - \lambda) \Delta_t$ 。命题 4.2 证明式 (B.6) 时的情况 1 给出了 $|g(\mathbf{x}, \xi) - g(\mathbf{x}, \xi')| = (1 - \lambda) \Delta_t \cdot \|\xi - \xi'\|_1$ 的例子, 所以 $L = (1 - \lambda) \Delta_t$ 即为损失函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 最佳的或者最小的 Lipschitz 常数。

此外, 命题 4.2 证明过程能得到新能源弃电量函数 $f(\mathbf{x}, \xi)$ 的 Lipschitz 常数为 Δ_t 。从物理意义角度看, 当新能源发电在某时间段增长 1 单位时, 新能源弃电量不会下降, 并且最多增长 Δ_t 。

若采用 2.5.3 节提出的算法 2.1, 得到的结果与命题 4.2 相同, 说明在这个算例中, 算法 2.1 能给出最小的 Lipschitz 常数。

利用损失函数 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 的 Lipschitz 常数 $L = (1 - \lambda) \Delta_t$, 4.3.2 节的式 (4.34) 转化为

$$\alpha + \frac{1}{1 - \beta} (\epsilon L + \mathbb{E}^{\mathbb{P}^0}[\max\{g(\mathbf{x}, \xi) - \alpha, 0\}]) \leq 0 \quad (4.62)$$

从而式 (4.15) - 式 (4.17) 的容量优化配置问题转化为以下线性规划求解:

$$\min C_p x_p + C_e x_e + C_l x_l \quad (4.63)$$

$$\text{s.t. } x_p, x_e, x_l \geq 0 \quad (4.64)$$

$$\alpha + \frac{1}{1 - \beta} \left(\epsilon L + \frac{1}{N} \sum_{n \in S_N} s_n \right) \leq 0 \quad (4.65)$$

$$s_n \geq \sum_{t \in S_T} p_{t,n}^c \Delta_t - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_{t,n} \Delta_t - \alpha, s_n \geq 0, \forall n \in S_N \quad (4.66)$$

$$\text{式(4.2) - 式(4.8)}, \forall n \in S_N \quad (4.67)$$

该方法求解结果与基于分段仿射函数表达式的方法在精度范围内完全相同,求解的线性规划规模为不超过 3 万约束、2 万变量,并且求解时间为 3 s。据此可得三点结论:第一,计算得到的新能源弃电量函数近似表达式足够精确;第二,在这个算例中基于 Lipschitz 常数的方法没有引入额外保守性,所以这种方法是否会引入额外保守性与具体情况有关;第三,基于分段仿射函数表达式的方法得到的线性规划模型规模较大,求解时间较长,而基于 Lipschitz 常数的方法求解时间与传统随机规划基本一致,求解时间较短。

4.4.7 基于传输线候选方案的偏远新能源场站的输电-储能优化配置方法

与式 (4.15) - 式 (4.17) 所提容量优化配置模型不同,基于传输线候选方案的偏远新能源场站输电-储能优化配置方法中不再假设传输线成本与容量成正比,而是从一些候选方案中选择传输线配置方案。

将传输线候选方案集合记为 I , 对任意方案 $i \in I$, 设传输线成本为 $C_{l,i}$, 传输线容量为 $P_{l,i}$ 。引入布尔变量 $z_{l,i}$ 表示是否选择传输线候选方案 i 。其中 $z_{l,i} \in \{0, 1\}$, 并且 $z_{l,i} = 1$ 表示选择方案 i , $z_{l,i} = 0$ 表示不选择。此时偏远新能源场站输电-储能优化配置的数学模型如下:

$$\min_{\mathbf{x}, z_{l,i}} C_p x_p + C_e x_e + \sum_{i \in I} C_{l,i} z_{l,i} \quad (4.68)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} = (x_p, x_e, x_l) \geq \mathbf{0}, \quad x_l = \sum_{i \in I} P_{l,i} z_{l,i}, \quad \sum_{i \in I} z_{l,i} = 1 \quad (4.69)$$

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}_0, \epsilon)} \beta\text{-CVaR}^{\mathbb{P}}(g(\mathbf{x}, \xi)) \leq 0 \quad (4.70)$$

$$z_{l,i} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I \quad (4.71)$$

因为 $z_{l,i}$ 只能取值 0 或 1 而且式 (4.69) 中规定总和为 1, 所以有且只有一个传输线方案被选择。因此 $\sum_{i \in I} C_{l,i} z_{l,i}$ 等于被选择方案的传输线成本, $\sum_{i \in I} P_{l,i} z_{l,i}$ 等于被选择方案的传输线容量。从而式 (4.68) - 式 (4.71) 的优化配置模型在新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束下最小化储能和传输线总成本。根据 4.3 节与 4.4.6 节方法, 将该优化配置模型转化为求解以下 MILP 问题:

$$\min C_p x_p + C_e x_e + \sum_{i \in I} C_{l,i} z_{l,i} \quad (4.72)$$

$$\text{s.t. 式 (4.65) - 式 (4.67), 式 (4.69), 式 (4.71)}$$

为验证所提考虑传输线候选方案的输电-储能优化配置模型, 基于基础算例, 进一步假设有 3 种传输线候选方案, 分别是 5×10^9 元的 0.30 GW 传输线方案、 9×10^9 元的 0.45 GW 传输线方案和 12×10^9 元的 0.60 GW 传输线方案。所提方法需要求

解约 3 万约束、1.5 万变量（包括 3 个布尔变量）的混合整数线性规划。计算时间为 6 s，优化结果为选用 0.45 GW 传输线方案，并配置功率容量为 0.7748 GW、能量容量为 4.8211 GWh 的储能，总投资成本为 15.5591×10^9 元。因此，所提基于传输线候选方案的偏远新能源场站输电-储能优化配置方法是有效的。

4.5 本章小结

本章致力于解决偏远新能源场站的传输线和储能容量联合优化配置问题。建立了最小化新能源弃电量的运行优化问题，并将最优值看作以容量变量和新能源发电随机变量为自变量的新能源弃电量函数。说明了新能源弃电量函数分段仿射，并提出了通过求解线性规划计算近似新能源弃电量函数表达式的方法。利用基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集建立了新能源弃电分布鲁棒 CVaR 约束，在此基础上提出最小化投资成本的分布鲁棒容量优化配置模型，并将其转化为线性规划进行有效求解。算例分析部分的结论包括：

第一，在该算例中，基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集中的最坏概率分布不是与经验概率分布拥有相同支撑集的离散概率分布，所以有必要在概率分布模糊集中考虑一般形式的概率分布。

第二，概率分布模糊集的半径应该根据数据量和决策者风险偏好选取。

第三，传输线单位容量成本对偏远新能源场站输电-储能容量联合优化配置结果有重要影响。

第四，在该算例中，虽然随机变量取值范围被限制了，但是第 2 章中提出的基于 Lipschitz 常数的最坏期望转化方法没有引入额外保守性。

第 5 章 低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置

5.1 概述

能源危机与气候变化引起了全世界范围内的广泛关注，许多国家与地区为了在之后几十年内达到碳中和目标制定了清晰的计划^[191]。利用以光伏发电和风力发电为代表的新兴新能源发电技术，电力系统可以通过接入更多新能源发电来降低发电过程碳排放^[192]。

光伏发电和风力发电的实时出力依赖于天气情况，因此具有波动性和随机性^[193]。当发电和负荷出现不匹配时，需要足够的备用来补偿不平衡的功率。在具有高比例新能源的低碳电网中，可调度机组比例相对低，而不确定性更强，使得有必要采用储能帮助调峰和维持功率平衡。抽水蓄能在技术上最成熟并且被广泛使用，但是能否使用抽水蓄能很大程度上依赖于地理条件。电化学储能近年来吸引了越来越多的关注，然而电化学储能的成本仍然相对较高。为了在投资成本、碳排放和系统可靠性之间实现合理的平衡，系统中各部分的容量优化配置非常重要。

本章考虑面向低碳电网的容量优化配置问题。在未来的某个时刻，一部分常规火电机组退出，并且为了减少碳排放，不再投资新的化石能源发电。与此同时的负荷增长使得需要新能源发电来供给清洁的电能。变化的发电和增长的负荷引发输电网扩展的需求，也需要配置储能来保持功率平衡、补偿新能源出力和负荷曲线的不匹配。根据负荷的预计增长程度，在给定选址的前提下，确定新能源发电容量，同时配合给出传输线扩建数量和储能容量。研究框架如图 5.1 所示。

本章的创新点在于以下两个方面：

第一，提出了一种面向低碳电网的双目标分布鲁棒优化模型，对新能源发电、传输线和储能同时进行容量优化配置。新能源发电和负荷的不确定性采用基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集进行建模。在极端情况失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险可接受的要求下，平衡总投资成本和常规情况碳排放最坏期望。

第二，提出了一种求解算法用于计算所提双目标分布鲁棒优化模型的帕累托前沿。分布鲁棒 Shortfall 风险被等价转化为最坏期望，然后通过寻找失负荷函数和碳排放函数的 Lipschitz 常数，分别计算失负荷约束与目标函数中的最坏期望。最后容量优化配置问题归结于求解双目标 MILP 问题。使用 ϵ -约束法，得到了帕累托前沿。

本章首先在 5.2 节建立容量联合优化配置问题的数学模型，然后 5.3 节提出求解算法，5.4 节进行算例分析，并最后在 5.5 节给出结论。

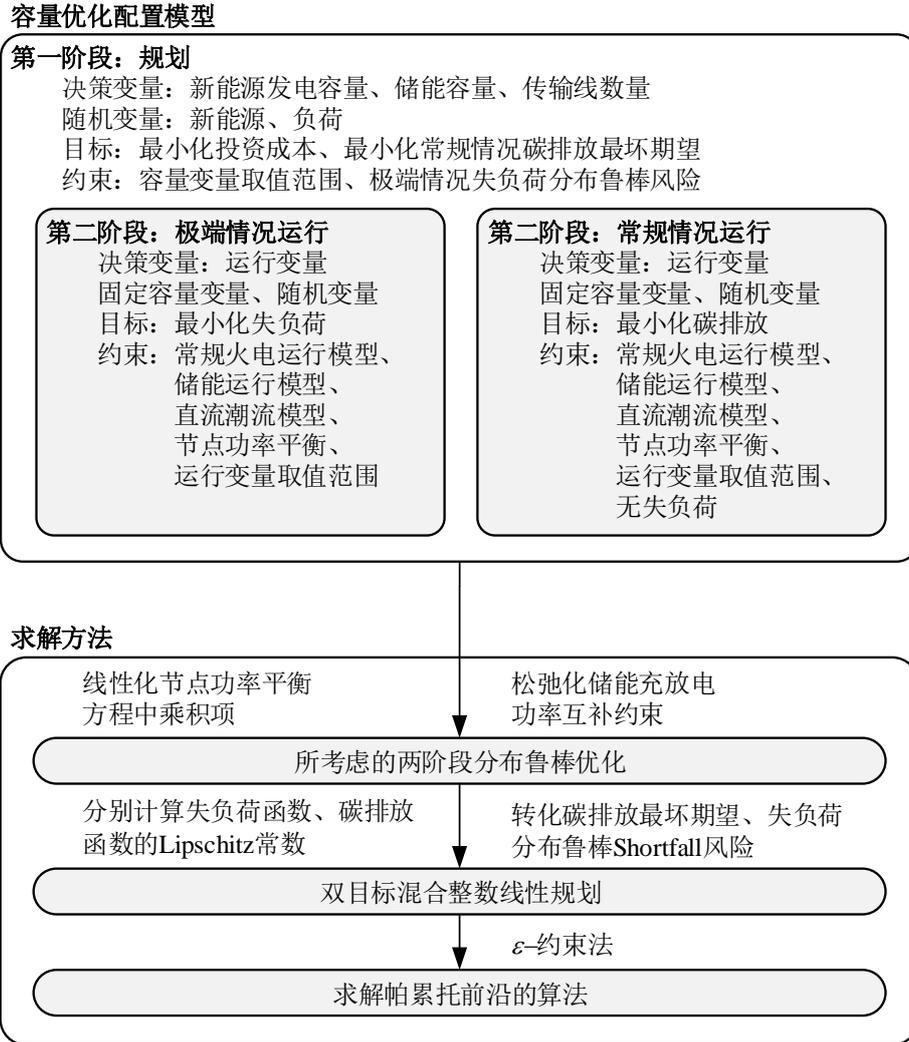


图 5.1 低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置研究框架

5.2 数学模型

本节首先描述电力系统模型的各部分，然后分别建立最小化失负荷和最小化碳排放的运行优化模型，之后建立概率分布模糊集，最后提出双目标分布鲁棒容量优化配置模型。

5.2.1 电力系统模型

将电力系统中母线集合记为 S_B ，时间段集合记为 $S_T = \{1, 2, \dots, T\}$ 。对于母线 i 处的常规火电机组，在第 t 个时间段的发电功率 $p_{i,t}^G$ 满足以下约束：

$$P_i^{Gl} \leq p_{i,t}^G \leq P_i^{Gu}, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.1)$$

$$R_i^{Gl} \Delta_t \leq p_{i,t}^G - p_{i,t-1}^G \leq R_i^{Gu} \Delta_t, \forall i \in S_B, t = 2, 3, \dots, T \quad (5.2)$$

$$c_{i,t}^G = F_i^G p_{i,t}^G \Delta_t, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.3)$$

其中式 (5.1) 表示发电容量约束, P_i^{Gl} 和 P_i^{Gu} 分别为发电功率下界和上界; Δ_t 为时间段长度, 所以式 (5.2) 限制两个相邻时间段内发电机出力的变化, 即爬坡约束, R_i^{Gl} 和 R_i^{Gu} 为爬坡率的界限; F_i^G 是碳排放系数, 所以式 (5.3) 计算碳排放量 $c_{i,t}^G$ 。

令 x_i^R 表示母线 i 处接入的新能源发电容量, 并将第 t 个时间段的每单位容量新能源发电的最大出力记为 $\xi_{i,t}^R$, $\xi_{i,t}^R$ 是一个在 $[0, 1]$ 内取值的随机变量。则新能源发电功率 $p_{i,t}^R$ 为

$$p_{i,t}^R = x_i^R \xi_{i,t}^R, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.4)$$

储能的运行约束包括

$$0 \leq p_{i,t}^{Sc} \leq x_i^{Sp}, 0 \leq p_{i,t}^{Sd} \leq x_i^{Sp}, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.5)$$

$$e_{i,t}^S = e_{i,t-1}^S + \left(\eta^{Sc} p_{i,t}^{Sc} - \frac{p_{i,t}^{Sd}}{\eta^{Sd}} \right) \Delta_t, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.6)$$

$$\omega^{Sl} x_i^{Se} \leq e_{i,t}^S \leq \omega^{Su} x_i^{Se}, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.7)$$

$$e_{i,T}^S = e_{i,0}^S, \forall i \in S_B \quad (5.8)$$

$$p_{i,t}^{Sc} p_{i,t}^{Sd} = 0, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.9)$$

其中 x_i^{Sp} 表示母线 i 处储能的功率容量, 所以式 (5.5) 限制储能充电功率 $p_{i,t}^{Sc}$ 和放电功率 $p_{i,t}^{Sd}$; $e_{i,t}^S$ 表示第 t 个时间段末储存的电能, $e_{i,0}^S$ 为初始储存的电能, η^{Sc} 和 η^{Sd} 分别表示储能充电和放电效率, 所以式 (5.6) 为储能 SoC 动态模型; 以 x_i^{Se} 表示储能的能量功率, ω^{Sl} 和 ω^{Su} 分别表示储能 SoC 的下界和上界, 则式 (5.7) 为 SoC 的可行范围约束; 式 (5.8) 要求储能始末状态相同使得能够连续运行; 式 (5.9) 为禁止储能同时充放电的充放电功率互补约束, 因为含有运行变量的乘积, 所以是非线性的。

采用直流潮流模型为输电网建模。将支路集合记为 S_L 。在第 t 个时间段, 从母线 i 到母线 j 的一条传输线中的有功潮流记为 $p_{ij,t}^L$, 母线 i 处的电压相角记为 $\theta_{i,t}^N$ 。令 X_{ij}^L 为线路电抗。则直流潮流模型为

$$p_{ij,t}^L = \frac{\theta_{i,t}^N - \theta_{j,t}^N}{X_{ij}^L}, \forall (i, j) \in S_L, t \in S_T \quad (5.10)$$

$$-S_{ij}^L \leq p_{ij,t}^L \leq S_{ij}^L, \forall (i, j) \in S_L, t \in S_T \quad (5.11)$$

其中式 (5.10) 表示这条传输线中的有功潮流; S_{ij}^L 为一条传输线的容量, 所以式 (5.11) 为传输线容量约束。

在输电网扩展中，假设新增传输线具有与现有传输线相同的参数。将从母线 i 到 j 的现有和新增传输线数量分别记为 N_{ij}^L 和 n_{ij}^L 。因为从 i 到 j 的每条传输线都具有相同的参数，所以其中的潮流相同，因此从 i 到 j 的有功功率为 $(N_{ij}^L + n_{ij}^L)p_{ij,t}^L$ 。

令 $p_{i,t}^A$ 为第 t 个时间段中母线 i 处的弃电功率，则 $p_{i,t}^A$ 非负，即

$$p_{i,t}^A \geq 0, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.12)$$

令 $\xi_{i,t}^D$ 为第 t 个时间段中母线 i 处的负荷功率， $p_{i,t}^D$ 为失负荷功率，则 $p_{i,t}^D$ 非负且不超过负荷功率，即

$$0 \leq p_{i,t}^D \leq \xi_{i,t}^D, \forall i \in S_B, t \in S_T \quad (5.13)$$

节点功率平衡方程如下：

$$\begin{aligned} & \sum_{(k,i) \in S_L} (N_{ki}^L + n_{ki}^L)p_{ki,t}^L + p_{i,t}^G + p_{i,t}^R + p_{i,t}^{Sc} - p_{i,t}^A \\ & = \sum_{(i,j) \in S_L} (N_{ij}^L + n_{ij}^L)p_{ij,t}^L + p_{i,t}^{Sc} + \xi_{i,t}^D - p_{i,t}^D, \forall i \in S_B, t \in S_T \end{aligned} \quad (5.14)$$

因为 n_{ki}^L , n_{ij}^L , $p_{ki,t}^L$, $p_{ij,t}^L$ 均为变量，所以式 (5.14) 是非线性约束。

5.2.2 运行优化模型

考虑两种运行优化问题：第一种运行优化在极端情况下最小化失负荷量，并将在失负荷风险约束中使用；第二种运行优化在常规情况下最小化碳排放量，不允许出现失负荷，并将出现在优化配置模型目标函数中。

5.2.2.1 最小化失负荷的运行优化模型

电力系统的最基本要求之一是满足负荷需求。在极端天气条件下，高比例新能源电力系统中的失负荷情况可能难以避免。这时运行优化的目的是最小化失负荷量。因为极端天气情况出现较少且持续时间较短，所以对碳排放量的影响可以忽略不计。建立极端情况下最小化失负荷的运行优化模型如下：

$$g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) := \min \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t}^D \Delta_t \quad (5.15)$$

s.t. 式 (5.1) - 式 (5.14)

式 (5.15) 的优化问题中容量变量 $\mathbf{x} := (x_i^R, x_i^{Sp}, x_i^{Se}, n_{ij}^L; i \in S_B, (i, j) \in S_L)$ 和随机变量 $\boldsymbol{\xi} := (\xi_{i,t}^R, \xi_{i,t}^D; i \in S_B, t \in S_T)$ 固定，而决策变量包括 $p_{i,t}^G$ 、 $c_{i,t}^G$ 、 $p_{i,t}^A$ 、 $p_{i,t}^{Sc}$ 、 $p_{i,t}^{Sd}$ 、 $e_{i,t}^S$ 、 $p_{ij,t}^L$ 、 $\theta_{i,t}^N$ 、 $p_{i,t}^D$ 。优化目标为最小化总失负荷量，其最优值依赖于 \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\xi}$ ，所以记为函数 $g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ ，表示给定 \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\xi}$ 下的最小失负荷。

5.2.2.2 最小化碳排放的运行优化模型

在常规情况，不允许出现失负荷，并且目标是最低碳排放，这时运行优化模型如下：

$$\begin{aligned}
 g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) &:= \min \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t}^G \\
 \text{s.t. } &p_{i,t}^D = 0, \forall i \in S_B, t \in S_T \\
 &\text{式 (5.1) - 式 (5.12), 式 (5.14)}
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

与最小化失负荷的运行优化模型类似，最低碳排放 $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 为式 (5.16) 中优化问题的最优值，因此是关于 \mathbf{x} 和 $\boldsymbol{\xi}$ 的函数。因为新能源发电的运行成本通常很低，所以不在低碳电网中考虑。

5.2.3 概率分布模糊集

为极端情况和常规情况分别建立概率分布模糊集。

5.2.3.1 极端情况概率分布模糊集

令 S_E 为极端情况采样数据的指标集合。对任意 $n \in S_E$ ， ξ_n^E 是随机变量 $\boldsymbol{\xi}$ 的一种实现方式，表示一种极端情况，其中 $\boldsymbol{\xi}$ 包含了新能源发电和负荷功率。根据采样数据，类似式 (2.2)，建立极端情况的经验概率分布 \mathbb{P}^E 如下：

$$\mathbb{P}^E = \frac{1}{|S_E|} \sum_{n \in S_E} \mathbf{1}_{\xi_n^E} \tag{5.17}$$

其中 $|S_E|$ 为 S_E 中的元素个数， $\mathbf{1}_{\xi_n^E}$ 为 ξ_n^E 处的指示函数。所以，在 \mathbb{P}^E 下每个采样数据 ξ_n^E 分配到概率 $1/|S_E|$ 。

类似式 (2.5)，极端情况概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)$ 包含距离经验概率分布 \mathbb{P}^E 的 Wasserstein 距离不超过 ϵ^E 的概率分布，即

$$\mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E) := \{\mathbb{P} \in \mathcal{M}(\Xi^E) \mid d_W(\mathbb{P}, \mathbb{P}^E) \leq \epsilon^E\} \tag{5.18}$$

其中 $\mathcal{M}(\Xi^E)$ 为所有支撑在集合 Ξ^E 上概率分布组成的集合，并且 Ξ^E 如下：

$$\Xi^E := \{\boldsymbol{\xi} \mid 0 \leq \xi_{i,t}^R \leq 1, 0 \leq \xi_{i,t}^D \leq \xi_i^{Du}, \forall i \in S_B, t \in S_T\} \tag{5.19}$$

其中 ξ_i^{Du} 是母线 i 处负荷可能的最大值。集合 Ξ^E 包含 $\boldsymbol{\xi}$ 所有可能取值，包括各种极端情况。概率分布模糊集半径 ϵ^E 的选取应该根据数据量和决策者的风险偏好决定。已有一些理论结果可以指导 ϵ^E 的选取，例如文献 [167]。

5.2.3.2 常规情况概率分布模糊集

令 S_N 表示常规情况采样数据的指标集, $\xi_n^N, n \in S_N$ 是常规情况的采样数据, 常规情况经验概率分布 \mathbb{P}^N 和概率分布模糊集 $\mathcal{B}(\mathbb{P}^N, \epsilon^N)$ 的定义与极端情况类似, 但支撑集 Ξ^N 的定义为

$$\Xi^N := \left\{ \sum_{n \in S_N} y_n \xi_n^N \mid \begin{array}{l} y_n \geq 0, \forall n \in S_N \\ \sum_{n \in S_N} y_n = 1 \end{array} \right\} \quad (5.20)$$

即常规情况采样数据集 $\{\xi_n^N \mid n \in S_N\}$ 的凸包 (Convex Hull), 这是为了限制 Ξ^N 的范围使其只包含常规情况。

5.2.4 容量优化配置模型

采用 Shortfall 风险来衡量失负荷风险。根据式 (2.10) 中 Shortfall 风险的定义, 概率分布 \mathbb{P} 下的失负荷 Shortfall 风险为

$$\text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g^E(\mathbf{x}, \xi)) = \inf \{y \in \mathbb{R} \mid \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g^E(\mathbf{x}, \xi) - y)] \leq \lambda\} \quad (5.21)$$

其中 λ 是极端情况下的可接受失负荷量。

因为失负荷 Shortfall 风险和概率分布有关, 所以要求对概率分布模糊集中的所有概率分布, 失负荷风险都足够小, 从而失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险约束如下:

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g^E(\mathbf{x}, \xi)) \leq R^E \quad (5.22)$$

其中 R^E 是失负荷风险上限, 函数 l 选取为 $l(y) = \max\{y, 0\}$, 用于衡量失负荷发生时的损失。式 (5.22) 给极端情况的最坏概率分布下的失负荷风险规定上界。类似地, 常规情况下碳排放最坏期望为

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^N, \epsilon^N)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g^N(\mathbf{x}, \xi)] \quad (5.23)$$

新能源发电设备、传输线和储能的总投资成本为

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i \in S_B} (C_i^R x_i^R + C^{Sp} x_i^{Sp} + C^{Se} x_i^{Se}) + \sum_{(i,j) \in S_L} C_{ij}^L n_{ij}^L \quad (5.24)$$

其中 C_i^R 、 C^{Sp} 、 C^{Se} 、 C_{ij}^L 分别为母线 i 处单位容量新能源发电成本、单位功率容量储能成本、单位能量容量储能成本、从母线 i 到 j 的每条传输线成本。式 (5.24) 中将储能能量容量和功率容量分开规划, 适用于能量和功率容量相对分开的储能类型。对于其他种类储能, 可固定储能时长, 即 x_i^{Se}/x_i^{Sp} 的数值。这相当于增加线性约束 $x_i^{Se} = C_{pe} x_i^{Sp}, \forall i \in S_B$, 其中 C_{pe} 为储能时长参数。后续模型和方法对增加

该线性约束的情况仍然适用。新能源发电设备、传输线和储能使用年限可能不同，可通过折算，在式 (5.24) 的成本系数 C_i^R 、 C^{Sp} 、 C^{Se} 、 C_{ij}^L 中考虑，且不改变后续模型及其求解方法。

考虑到自然资源和建设地点的限制，容量变量应该都有界，因此有

$$\begin{cases} 0 \leq x_i^R \leq X_i^{Ru}, 0 \leq x_i^{Sp} \leq X_i^{Spu}, 0 \leq x_i^{Se} \leq X_i^{Seu}, \forall i \in S_B \\ 0 \leq n_{ij}^L \leq N_{ij}^{Lu}, n_{ij}^L \in \mathbb{Z}, \forall (i, j) \in S_L \end{cases} \quad (5.25)$$

其中 X_i^{Ru} 、 X_i^{Spu} 、 X_i^{Seu} 、 N_{ij}^{Lu} 分别表示母线 i 处新能源发电容量上限、储能功率容量上限、储能能量容量上限、母线 i 到母线 j 的新增传输线数量上限。

最后，建立容量优化配置问题如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \left\{ f(\mathbf{x}), \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^N, \epsilon^N)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g^N(\mathbf{x}, \xi)] \right\} \\ \text{s.t.} \quad \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \text{SR}_{l, \lambda}^{\mathbb{P}}(g^E(\mathbf{x}, \xi)) \leq R^E, \text{ 式(5.25)} \end{aligned} \quad (5.26)$$

式 (5.26) 的容量优化配置问题在极端情况失负荷分布鲁棒风险约束下，最小化总投资成本和常规情况下碳排放最坏期望。建设所有设备后总投资成本就固定了，因此第一个目标函数是确定性的。系统运行受到新能源发电和负荷的不确定性的影响，并在运行优化定义的最优值函数 $g^N(\mathbf{x}, \xi)$ 和 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 中考虑。式 (5.26) 的容量优化配置问题是一个双目标分布鲁棒混合整数非线性规划问题，因此不能直接求解。

5.3 求解方法

为了求解式 (5.26) 的容量优化配置问题，首先线性化其中的非线性约束，然后使用基于 Lipschitz 常数的方法转化分布鲁棒 Shortfall 风险和最坏期望，最后根据 ϵ -约束法给出求解算法。

5.3.1 转化非线性约束

容量优化配置模型中的非线性约束来自于两个方面：式 (5.14) 节点功率平衡方程中的乘积项 $n_{ij}^L p_{ij,t}^L$ 与式 (5.9) 的储能充放电功率互补约束。本小节通过布尔辅助变量和大-M 法线性化 $n_{ij}^L p_{ij,t}^L$ ，并松弛化式 (5.9) 的约束。

5.3.1.1 线性化节点功率平衡方程中的乘积项

注意到 $0 \leq n_{ij}^L \leq N_{ij}^{Lu}$ 并且 $n_{ij}^L \in \mathbb{Z}$, 所以可以通过布尔辅助变量 $z_{ij,m}^L$ 分解 n_{ij}^L 如下:

$$\begin{cases} n_{ij}^L = \sum_{m=0}^{M^L} 2^m z_{ij,m}^L \\ z_{ij,m}^L \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in S_L, m = 0, 1, \dots, M^L \end{cases} \quad (5.27)$$

可理解为将 n_{ij}^L 进行二进制表示, 并且 M^L 为根据 N_{ij}^{Lu} 选取的整数, 满足 $N_{ij}^{Lu} < 2^{M^L+1}$. 进一步有

$$n_{ij}^L p_{ij,t}^L = \sum_{m=0}^{M^L} 2^m p_{ij,t,m}^L \quad (5.28)$$

并且右端关于 $p_{ij,t,m}^L$ 线性。非线性的关系 $p_{ij,t,m}^L = z_{ij,m}^L p_{ij,t}^L$ 等价于以下线性约束组:

$$\begin{cases} -M^P z_{ij,m}^L \leq p_{ij,t,m}^L \leq M^P z_{ij,m}^L \\ -M^P(1 - z_{ij,m}^L) \leq p_{ij,t,m}^L - p_{ij,t}^L \leq M^P(1 - z_{ij,m}^L) \end{cases} \quad (5.29)$$

其中 M^P 满足 $M^P \geq S_{ij}^L$, 是个足够大的正常数。当 $z_{ij,m}^L = 1$ 时, 根据式 (5.29) 第二行有 $p_{ij,t,m}^L = p_{ij,t}^L$, 并且第一行约束不起作用; 当 $z_{ij,m}^L = 0$ 时, 根据第一行有 $p_{ij,t,m}^L = 0$, 并且第二行约束不起作用。所以, $p_{ij,t,m}^L = z_{ij,m}^L p_{ij,t}^L$ 等价于式 (5.29)。

因此, 加上式 (5.27) 和式 (5.29) 的约束之后式 (5.14) 中乘积项 $n_{ij}^L p_{ij,t}^L$ 可以等价地用 $\sum_{m=0}^{M^L} 2^m p_{ij,t,m}^L$ 代替, 即节点功率平衡方程转化为线性约束

$$\begin{aligned} & \sum_{(k,i) \in S_L} \left(N_{ki}^L p_{ki,t}^L + \sum_{m=0}^{M^L} 2^m p_{ki,t,m}^L \right) + p_{i,t}^G + p_{i,t}^R + p_{i,t}^{Sd} - p_{i,t}^A \\ & = \sum_{(i,j) \in S_L} \left(N_{ij}^L p_{ij,t}^L + \sum_{m=0}^{M^L} 2^m p_{ij,t,m}^L \right) + p_{i,t}^{Sc} + \xi_{i,t}^D - p_{i,t}^D, \forall i \in S_B, t \in S_T \end{aligned} \quad (5.30)$$

非负整数的二进制表示唯一, 所以在固定 M^L 后, n_{ij}^L 和 $(z_{ij,m}^L; m = 0, 1, \dots, M^L)$ 互相唯一确定, 因此不妨将 $z_{ij,m}^L$ 增加到容量变量 \mathbf{x} 中。根据式 (5.25), 容量变量 \mathbf{x} 的取值范围 X 为

$$X := \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = (x_i^R, x_i^{Sp}, x_i^{Se}, n_{ij}^L, z_{ij,m}^L; i \in S_B, (i, j) \in S_L, m = 0, 1, \dots, M^L) : \\ 0 \leq x_i^R \leq X_i^{Ru}, 0 \leq x_i^{Sp} \leq X_i^{Spu}, 0 \leq x_i^{Se} \leq X_i^{Seu}, \forall i \in S_B \\ 0 \leq n_{ij}^L \leq N_{ij}^{Lu}, n_{ij}^L = \sum_{m=0}^{M^L} 2^m z_{ij,m}^L, \forall (i, j) \in S_L \\ z_{ij,m}^L \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in S_L, m = 0, 1, \dots, M^L \end{array} \right\} \quad (5.31)$$

根据上述分析，在两个运行优化模型中等价地更换节点功率平衡约束为式 (5.30) 中的形式，得到 $g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 和 $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 如下：

$$g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \min \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t}^D \Delta_t \quad (5.32)$$

s.t. 式 (5.1) - 式 (5.13), 式 (5.29), 式 (5.30)

$$g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = \min \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t}^G \quad (5.33)$$

s.t. $p_{i,t}^D = 0, \forall i \in S_B, t \in S_T$

式 (5.1) - 式 (5.12), 式 (5.29), 式 (5.30)

式 (5.32) 和式 (5.33) 中优化问题的非线性仅存在于式 (5.9) 的储能充放电功率互补约束中。

5.3.1.2 松弛化储能充放电功率互补约束

在式 (5.32) 和式 (5.33) 中分别除去式 (5.9) 的约束，则变为线性规划

$$g_l^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) := \min \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t}^D \Delta_t \quad (5.34)$$

s.t. 式 (5.1) - 式 (5.8), 式 (5.10) - 式 (5.13) \quad (5.35)

式 (5.29), 式 (5.30) \quad (5.36)

$$g_l^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) := \min \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t}^G \quad (5.37)$$

s.t. $p_{i,t}^D = 0, \forall i \in S_B, t \in S_T$, 式 (5.1) - 式 (5.8) \quad (5.38)

式 (5.10) - 式 (5.12), 式 (5.29), 式 (5.30) \quad (5.39)

命题 5.1: 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi^E$, 有 $g_l^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 。

命题 5.1 证明见附录 C.1。命题 5.1 的结论和证明方法都与命题 3.1 相似。命题 5.1 断言在计算最小失负荷量时，储能不同时充放电约束是多余的。证明方法是从松弛化问题的最优解出发，通过同时降低充电功率和放电功率，构造一个未松弛问题的可行解，并且保持目标函数值不变。从物理意义角度看，允许储能同时充放电只能因为效率原因使得负荷可用功率减少，并不能帮助降低失负荷。与失负荷的情况类似，在计算最小碳排放量时，储能不同时充放电约束也是多余的，即

命题 5.2: 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi^N$, 有 $g_l^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) = g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 。

命题 5.2 的证明与命题 5.1 类似。根据命题 5.1 和命题 5.2，可以分别通过式 (5.34) - 式 (5.36) 和式 (5.37) - 式 (5.39) 计算失负荷 $g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 和碳排放 $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$,

因此这两个函数均为线性规划问题的最优值。

5.3.2 转化失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险约束

采用 2.5.1 节和 2.5.3 节的方法转化失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险约束。分为以下三步：第一步，说明失负荷函数 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 具有式 (2.13) 定义的损失函数形式；第二步，计算 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 作为关于 ξ 的函数时的 Lipschitz 常数；第三步，将失负荷的分布鲁棒 Shortfall 风险约束转化为线性模型。

5.3.2.1 说明失负荷函数具有损失函数形式

命题 5.3: 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\xi \in \Xi^E$, $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 有限。

命题 5.3 证明见附录 C.2。命题 5.3 的结论和证明过程与命题 3.2 相似。从物理意义角度看，命题 5.3 证明过程中通过说明失负荷量非负且不超过总负荷量来证明失负荷有限。构造的可行解的含义是：常规火电机组不发电，新能源发电全部舍弃，储能不充电不放电，没有潮流，不供给负荷，因此这时失负荷量等于总负荷量。

命题 5.3 说明 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 对任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\xi \in \Xi^E$ 有限。注意到式 (5.34) - 式 (5.36) 在固定 \mathbf{x} 和 ξ 时是线性规划， \mathbf{x} 和 ξ 只出现在约束右端项中，而且该右端项分别关于 \mathbf{x} 和 ξ 仿射，所以失负荷 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 具有式 (2.13) 定义的损失函数形式，从而可以应用第 2 章的方法。

5.3.2.2 计算失负荷函数的 Lipschitz 常数

采用 2.5.3 节中算法 2.1 计算失负荷函数的 Lipschitz 常数。为此，将给出失负荷函数 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 的式 (5.34) - 式 (5.36) 写成以下紧凑形式：

$$g^E(\mathbf{x}, \xi) := \min_{\mathbf{v}} (\mathbf{d}^E)^\top \mathbf{v} \quad (5.40)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}^E \mathbf{v} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^E \xi \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^E \xi \end{pmatrix} + \mathbf{E}^E \mathbf{x} + \mathbf{F}^E \xi + \mathbf{h}^E$$

其中 \mathbf{d}^E 、 \mathbf{A}^E 、 \mathbf{E}^E 、 \mathbf{F}^E 、 \mathbf{h}^E 和 $\mathbf{B}_1^E, \mathbf{B}_2^E, \dots, \mathbf{B}_m^E$ 为常数矩阵或向量。接着定义辅助变量 $\gamma := (\gamma_{i,t} := x_i^R \xi_{i,t}^R, i \in S_B, t \in S_T)$ 。可以根据 $0 \leq x_i^R \leq X_i^{Ru}, 0 \leq \xi_{i,t}^R \leq 1, \forall i \in S_B, t \in S_T$ 给出 γ 的取值范围 Γ 如下：

$$\Gamma := \left\{ \gamma = (\gamma_{i,t} := x_i^R \xi_{i,t}^R, i \in S_B, t \in S_T) \left| \begin{array}{l} 0 \leq \gamma_{i,t} \leq X_i^{Ru} \\ \forall i \in S_B, t \in S_T \end{array} \right. \right\} \quad (5.41)$$

于是有

$$\begin{aligned} g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) &= \min_{\mathbf{v}} (\mathbf{d}^E)^\top \mathbf{v} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}^E \mathbf{v} &\geq \mathbf{G}^E \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{E}^E \mathbf{x} + \mathbf{F}^E \boldsymbol{\xi} + \mathbf{h}^E \end{aligned} \quad (5.42)$$

其中 \mathbf{G}^E 为常数矩阵。根据算法 2.1，求解以下 MILP 问题得到对偶变量最大值的一个上界 $(\boldsymbol{\mu}^{Eu})_k$ ：

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}, \mathbf{z}} (\boldsymbol{\mu})_k \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in X, \boldsymbol{\xi} \in \Xi, \boldsymbol{\gamma} \in \Gamma, (\mathbf{A}^E)^\top \boldsymbol{\mu} &= \mathbf{d}^E \\ (\mathbf{z})_l &\in \{0, 1\}, \forall l \\ \mathbf{0} &\leq \boldsymbol{\mu} \leq M_0(\mathbf{1} - \mathbf{z}) \\ \mathbf{0} &\leq \mathbf{A}^E \mathbf{v} - \mathbf{G}^E \boldsymbol{\gamma} - \mathbf{E}^E \mathbf{x} - \mathbf{F}^E \boldsymbol{\xi} - \mathbf{h}^E \leq M_0 \mathbf{z} \end{aligned} \quad (5.43)$$

其中 $\mathbf{1}$ 为全 1 向量， M_0 是足够大的常数。于是按照算法 2.1， $g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 作为关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的函数时的 Lipschitz 常数 $L^E(\mathbf{x})$ 由以下线性规划给出：

$$L^E(\mathbf{x}) := \min_{q^E, \tau_{k,l}^E} q^E \quad (5.44)$$

$$\text{s.t. } \sum_k (\boldsymbol{\mu}^{Eu})_k \cdot \tau_{k,l}^E \leq q^E, \forall l \quad (5.45)$$

$$\left(\begin{array}{c} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^E \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^E \end{array} + \mathbf{F}^E \right)_{k,l} \leq \tau_{k,l}^E, \forall k, l \quad (5.46)$$

$$- \left(\begin{array}{c} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^E \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^E \end{array} + \mathbf{F}^E \right)_{k,l} \leq \tau_{k,l}^E, \forall k, l \quad (5.47)$$

5.3.2.3 将失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险约束转化为线性模型

采用 2.5.1 节中的方法。根据文献 [169] 中命题 1，有

$$\begin{aligned} &\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})) \\ &= \begin{cases} \min_{r \in \mathbb{R}} r \\ \text{s.t. } \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g^E(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}) - r)] \leq \lambda \end{cases} \end{aligned} \quad (5.48)$$

所以式 (5.22) 等价于

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g^E(\mathbf{x}, \xi) - R^E)] \leq \lambda \quad (5.49)$$

然后采用 2.5.3 节的方法继续转化最坏期望。注意到函数 $l(y) = \max\{y, 0\}$ ，所以 $L^E(\mathbf{x})$ 也为 $l(g^E(\mathbf{x}, \xi) - R^E)$ 看作关于 ξ 的函数时的 Lipschitz 常数，即

$$\begin{aligned} & |l(g^E(\mathbf{x}, \xi) - R^E) - l(g^E(\mathbf{x}, \xi') - R^E)| \\ & \leq |g^E(\mathbf{x}, \xi) - g^E(\mathbf{x}, \xi')| \\ & \leq L^E(\mathbf{x}) \|\xi - \xi'\|_1, \forall \xi, \xi' \in \Xi \end{aligned} \quad (5.50)$$

根据文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5，有

$$\begin{aligned} & \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[l(g^E(\mathbf{x}, \xi) - R^E)] \\ & \leq \epsilon^E L^E(\mathbf{x}) + \frac{1}{|S_E|} \sum_{n \in S_E} l(g^E(\mathbf{x}, \xi_n^E) - R^E) \end{aligned} \quad (5.51)$$

因此式 (5.49) 的一个保守化近似为

$$\epsilon^E L^E(\mathbf{x}) + \frac{1}{|S_E|} \sum_{n \in S_E} l(g^E(\mathbf{x}, \xi_n^E) - R^E) \leq \lambda \quad (5.52)$$

代入式 (5.44) - 式 (5.47) 中 $L^E(\mathbf{x})$ 的计算式并引入辅助变量 s_n^E 表示 $l(g^E(\mathbf{x}, \xi_n^E) - R^E)$ ，得到失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险约束的一个保守化线性模型如下：

$$\begin{cases} \epsilon^E q^E + \frac{1}{|S_E|} \sum_{n \in S_E} s_n^E \leq \lambda, \text{ 式 (5.45) - 式 (5.47)} \\ s_n^E \geq 0, s_n^E \geq \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t,n}^D \Delta_t - R^E, \forall n \in S_E \\ \text{式 (5.35), 式 (5.36), } \forall n \in S_E \end{cases} \quad (5.53)$$

5.3.3 转化碳排放最坏期望

类似于失负荷的情况，分为三步转化碳排放最坏期望。

5.3.3.1 说明碳排放函数具有损失函数形式

式 (5.37) - 式 (5.39) 可以写成如下紧凑形式：

$$g^N(\mathbf{x}, \xi) := \min_{\mathbf{v}} (\mathbf{d}^N)^\top \mathbf{v} \quad (5.54)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}^N \mathbf{v} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^N \boldsymbol{\xi} \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^N \boldsymbol{\xi} \end{pmatrix} + \mathbf{E}^N \mathbf{x} + \mathbf{F}^N \boldsymbol{\xi} + \mathbf{h}^N \quad (5.55)$$

与失负荷的情况不同，并不是在任意 $\mathbf{x} \in X$ 和 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi^N$ 下式 (5.37) - 式 (5.39) 都有可行解。因为常规情况下不允许出现失负荷，所以对发电-输电-储能容量本身就有一定要求。为此，定义常规情况下容量变量 \mathbf{x} 的取值范围 X^N 如下：

$$X^N := \{\mathbf{x} \in X \mid \text{式 (5.38), 式 (5.39), } \forall n \in S_N\} \quad (5.56)$$

X^N 包括使得对任意 $\boldsymbol{\xi} \in \{\boldsymbol{\xi}_n^N \mid n \in S_N\}$ 式 (5.37) - 式 (5.39) 运行优化问题都有可行解的 X 中 \mathbf{x} 。

命题 5.4: 对任意 $\mathbf{x} \in X^N$ 和 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi^N$ ， $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 有限。

命题 5.4 证明见附录 C.3。

当 $\mathbf{x} \in X^N$ 并且 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi^N$ 时， $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 具有式 (2.13) 的形式并且取有限值，因此符合本文损失函数的定义。

5.3.3.2 计算碳排放函数的 Lipschitz 常数

因为 X^N 和 Ξ^N 的定义比较复杂，式 (2.47) 中 Γ 不易表达，所以难以直接采用算法 2.1 计算 Lipschitz 常数。

当 $\mathbf{x} \in X^N$ 固定时， $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 关于 $\boldsymbol{\xi}$ 是凸函数^[174]。根据 Lipschitz 连续和局部 Lipschitz 连续的关系^[138]， $\{\boldsymbol{\xi}_n^N \mid n \in S_N\}$ 中各点处最大的局部 Lipschitz 常数是 Ξ^N 上的 Lipschitz 常数。因此对每个单点集 $\{\boldsymbol{\xi}_n^N\}$ ， $n \in S_N$ ，采用算法 2.1 计算 Lipschitz 常数。此时有

$$g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_n^N) = \begin{cases} \min_{\mathbf{v}} (\mathbf{d}^N)^\top \mathbf{v} \\ \text{s.t. } \mathbf{A}^N \mathbf{v} \geq \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^N \boldsymbol{\xi}_n^N \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^N \boldsymbol{\xi}_n^N \end{pmatrix} + \mathbf{E}^N \mathbf{x} + \mathbf{F}^N \boldsymbol{\xi}_n^N + \mathbf{h}^N \end{cases} \quad (5.57)$$

由于 $\boldsymbol{\xi}_n^N$ 固定，此时不再需要辅助变量 $\boldsymbol{\gamma}$ 。根据算法 2.1，求解以下 MILP 得到对偶变量最大值的一个上界 $(\boldsymbol{\mu}_n^{Nu})_k$ ：

$$\max_{\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}, \mathbf{z}} (\boldsymbol{\mu})_k \quad (5.58)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{x} \in X^N, (\mathbf{A}^N)^\top \boldsymbol{\mu} = \mathbf{d}^N \quad (5.59)$$

$$(\mathbf{z})_l \in \{0, 1\}, \forall l \quad (5.60)$$

$$\mathbf{0} \leq \boldsymbol{\mu} \leq M_0(\mathbf{1} - \mathbf{z}) \quad (5.61)$$

$$\mathbf{0} \leq \mathbf{A}^N \mathbf{v} - \begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^N \boldsymbol{\xi}_n^N \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^N \boldsymbol{\xi}_n^N \end{pmatrix} - \mathbf{E}^N \mathbf{x} - \mathbf{F}^N \boldsymbol{\xi}_n^N - \mathbf{h}^N \leq M_0 \mathbf{z} \quad (5.62)$$

再由 2.5.3 节中算法 2.1 的推导过程, 对于单点集 $\{\boldsymbol{\xi}_n^N\}$, 局部 Lipschitz 常数为 $\max_l L_{l,n}^N(\mathbf{x})$, 其中 $L_{l,n}^N(\mathbf{x})$ 为

$$L_{l,n}^N(\mathbf{x}) := \sum_k (\boldsymbol{\mu}_n^{Nu})_k \cdot \left| \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^N \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^N \end{pmatrix} + \mathbf{F}^N \right)_{k,l} \right| \quad (5.63)$$

令 $L^N(\mathbf{x}) := \max_{n \in S_N} \max_l L_{l,n}^N(\mathbf{x})$, 则 $L^N(\mathbf{x})$ 为 $\mathbf{x} \in X^N$ 且 $\boldsymbol{\xi} \in \Xi^N$ 时 $g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})$ 作为关于 $\boldsymbol{\xi}$ 的函数的 Lipschitz 常数。并且, $L^N(\mathbf{x})$ 由以下线性规划给出:

$$L^N(\mathbf{x}) = \min_{q^N, \tau_{k,l}^N} q^N \quad (5.64)$$

$$\text{s.t. } \sum_k (\boldsymbol{\mu}_n^{Nu})_k \cdot \tau_{k,l}^N \leq q^N, \forall n \in S_N, l \quad (5.65)$$

$$\left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^N \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^N \end{pmatrix} + \mathbf{F}^N \right)_{k,l} \leq \tau_{k,l}^N, \forall k, l \quad (5.66)$$

$$- \left(\begin{pmatrix} \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_1^N \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\top \mathbf{B}_m^N \end{pmatrix} + \mathbf{F}^N \right)_{k,l} \leq \tau_{k,l}^N, \forall k, l \quad (5.67)$$

5.3.3.3 将碳排放最坏期望转化为线性模型

根据文献 [123] 中定理 6.3 和命题 6.5, 有

$$\begin{aligned} & \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^N, \epsilon^N)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})] \\ & \leq \epsilon^N L^N(\mathbf{x}) + \frac{1}{|S_N|} \sum_{n \in S_N} g^N(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi}_n^N) \\ & = \begin{cases} \min \epsilon^N L^N(\mathbf{x}) + \frac{1}{|S_N|} \sum_{n \in S_N} \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t,n}^G \\ \text{s.t. 式 (5.38), 式 (5.39), } \forall n \in S_N \end{cases} \quad (5.68) \end{aligned}$$

将式 (5.64) - 式 (5.67) 中 $L^N(\mathbf{x})$ 表达式代入后即为线性模型。

5.3.4 容量优化配置求解算法

前文已经除去了容量优化配置模型中涉及概率分布模糊集的部分，并把分布鲁棒优化问题通过抽样平均近似转化成了传统的双目标数学优化问题。多目标优化的一个常用求解方法是加权和法（Weighted-Sum Method）。然而，这种方法不适用于本章所提容量优化配置模型。第一，因为布尔变量的存在，问题非凸，所以一些帕累托解可能无法通过加权和法找到^[175]。第二，投资成本和碳排放期望两个目标函数具有不同的单位，因此难以选取合适的系数并把他们加在一起，而系数的选取对结果具有重要影响。综上所述，采用 ϵ -约束法来生成双目标优化问题的帕累托前沿。对于给定的总投资成本预算 F ，求解以下 MILP 问题：

$$\begin{aligned} \min \quad & \epsilon^N q^N + \frac{1}{|S_N|} \sum_{n \in S_N} \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t,n}^G \\ \text{s.t.} \quad & f(\mathbf{x}) \leq F, \mathbf{x} \in X \\ & \text{式 (5.38), 式 (5.39), } \forall n \in S_N \\ & \text{式 (5.53), 式 (5.65) - 式 (5.67)} \end{aligned} \quad (5.69)$$

式 (5.69) 的最优解记为 $\mathbf{x}(F)$ ，碳排放最坏期望记为 $c(F)$ 。点对 $(F, c(F))$ 位于式 (5.26) 容量优化配置问题的帕累托前沿上。在不同的 F 下求解式 (5.69)，得到了一组帕累托解。上述求解方法总结在算法 5.1 中。

算法 5.1 计算式 (5.26) 容量优化配置问题的帕累托前沿

输入： 式 (5.26) 的参数、投资成本预算范围 $[F^l, F^u]$ 和步长参数 $\delta > 0$ 。

输出： 帕累托解 $\mathbf{x}(F)$ 和帕累托前沿上点 $(F, c(F))$ 。

- 1: 初始化：求解式 (5.43) 的 MILP 问题得到 μ^{Eu} 。求解式 (5.58) - 式 (5.62) 的 MILP 问题得到 μ_n^{Nu} , $n \in S_N$ 。令 $F \leftarrow F_l$ 。
 - 2: 求解式 (5.69) 的 MILP 问题，得到 $\mathbf{x}(F)$ 和 $c(F)$ 。
 - 3: 如果 $F^u - F < \delta$ ，终止；否则，更新 $F \leftarrow F + \delta$ 并转到第 2 步。
-

在本章运行优化问题中，随机变量 ξ 只出现在失负荷功率范围约束和节点功率平衡约束中，所以只需计算这些约束对应的对偶变量的上界。如果将失负荷或者碳排放类比为运行成本，节点功率平衡约束的对偶变量具有类似节点边际电价（Locational Marginal Price）的物理意义。虽然这里的运行成本是线性的，但是因为输电网存在阻塞现象，所以节点边际电价仍然可以变化。因此，本章难以像第 3 章中命题 3.3 与第 4 章中命题 4.2 一样直接通过理论推导得到 Lipschitz 常数，而需要采用算法 2.1 计算 Lipschitz 常数。

5.4 算例分析

5.4.1 算例设置

算例基于 MATPOWER 工具箱^[194] 中的 IEEE 30-节点系统，其拓扑图^[195] 见图 5.2。在规划场景中，只有母线 1 和母线 2 处的常规火电机组仍然在运行，并且参数为 $P^{Gl} = 32 \text{ MW}$ 、 $P^{Gu} = 80 \text{ MW}$ 、 $F^G = 0.875 \text{ kgCO}_2/\text{kWh}$ ^[196]。其他常规火电机组退出运行。光伏电站可建在母线 10 和母线 27 处。风电场可建在母线 13 处。新能源场站的参数在表 5.1 中，光伏电站与风电场单位容量成本根据青海省经验数据设置。包括 X^L 、 S^L 、 N^L 的传输线参数从 MATPOWER 数据文件中获取，可扩展传输线的参数如表 5.2 所示，传输线单位成本根据文献 [197] 设置。储能可以建在母线 8 和母线 21 处，相关参数在表 5.3 中，并且储能单位容量成本参数来自文献 [178]。所提方法的其他参数包括 $\epsilon^E = 0.01$ 、 $\epsilon^N = 0.005$ 、 $R^E = 0$ 、 $T = 24$ 、 $\Delta_t = 1 \text{ h}$ 。可接受失负荷量 λ 设为极端情况下平均负荷量的 1%，等于 51.1 MWh。

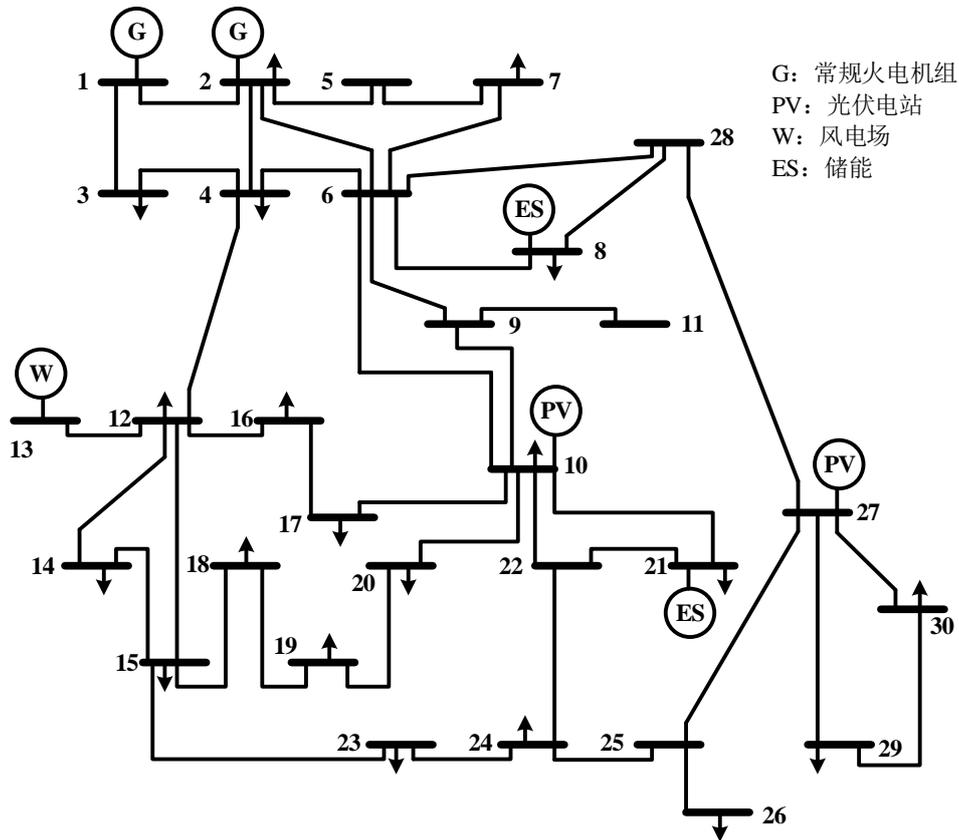


图 5.2 低碳电网算例拓扑图

单位容量新能源发电功率 ξ^R 的数据根据青海省历史数据生成，展示在图 5.3 和图 5.4 中。根据 MATPOWER 负荷数据生成负荷需求 ξ^D 的数据，每个时间段中总负荷功率的波动性在图 5.5(a) 中展示，而各母线处的平均负荷绘制在图 5.5(b)

表 5.1 低碳电网中新能源场站参数

母线	类型	最大容量 X^{Ru} (MW)	单位容量成本 C^R (元/MW)
10	光伏电站	250	3.5×10^6
13	风电场	300	5.5×10^6
27	光伏电站	300	3.5×10^6

表 5.2 低碳电网中可扩展传输线参数

起始母线	终止母线	单位成本 C^L (元)	最大数量 N^{Lu}
6	8	6.4×10^7	3
21	22	6.4×10^7	3
15	23	3.2×10^7	3
22	24	3.2×10^7	3
23	24	3.2×10^7	3
24	25	3.2×10^7	3
25	27	3.2×10^7	3

中。总计生成了 366 组数据，其中每组数据包含 T 个时间段中 3 个新能源场站的单位容量发电功率 ξ^R 和 30 个母线的负荷功率 ξ^D 。根据总新能源发电和负荷需求，选取 91 组表示极端情形的数据，剩余的 275 组数据表示常规情况。然后进一步将数据分为规划用数据和测试用数据。在基础算例中，总共使用了 12 组极端情形数据和 48 组常规情形数据。光伏、风电、负荷数据见文献 [177]。算例测试在一台配置 Intel Core i5-5200U 处理器和 8 GB 内存的笔记本电脑上进行。所提方法在 MATLAB 环境中实现，借助 YALMIP 工具箱^[179] 建立 MILP 模型并采用 Gurobi 9.1^[180] 求解。

5.4.2 用于对比分析的其他方法

将本章所提方法记为 DRO-C。在所提方法以外，考虑 3 种方法用于对比：

第一种对比方法是随机规划方法，记作 SP；

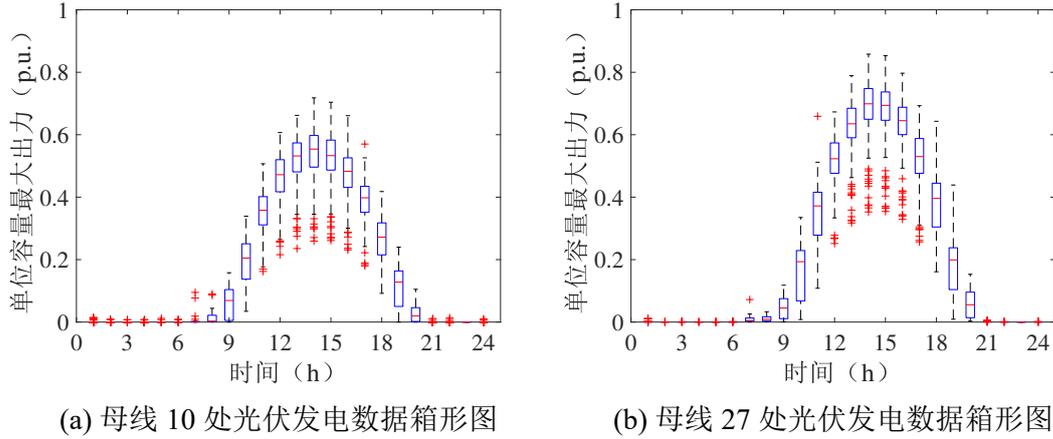
第二种对比方法是鲁棒优化方法，记作 RO；

第三种对比方法是仅考虑离散概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法，记作 DRO-D。

以下分别对这 3 种方法进行具体介绍。

表 5.3 低碳电网中储能参数

参数	值	参数	值
充电效率 η^{Sc}	0.95	单位功率容量成本 C^{Sp}	1.0×10^6 元/MW
放电效率 η^{Sd}	0.95	单位能量容量成本 C^{Se}	1.2×10^6 元/MWh
SoC 下限 ω^{Sl}	0.10	最大功率容量 X^{Spu}	200 MW
SoC 上限 ω^{Su}	0.90	最大能量容量 X^{Seu}	1000 MWh



箱形图中蓝色框表示 50% 置信区间，框中红线表示中位数，红色加号表示异常值。

图 5.3 低碳电网中光伏发电数据

5.4.2.1 随机规划方法

假设经验概率分布 \mathbb{P}^E 和 \mathbb{P}^N 是精确的，随机规划方法的容量优化配置模型如下：

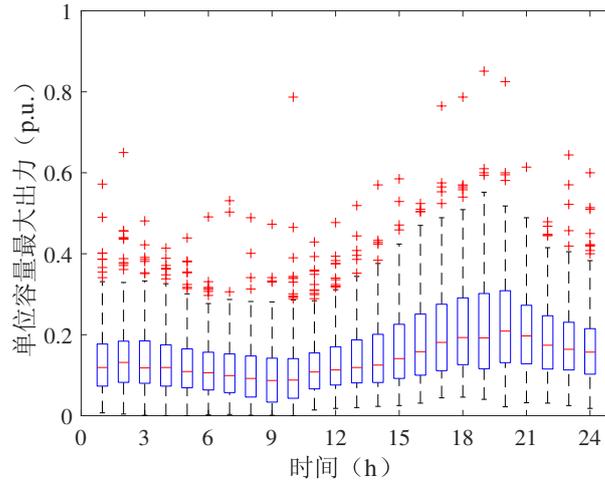
$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \left\{ f(\mathbf{x}), \mathbb{E}^{\mathbb{P}^N} [g^N(\mathbf{x}, \xi)] \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}^E}(g^E(\mathbf{x}, \xi)) \leq R^E, \mathbf{x} \in X \end{aligned} \quad (5.70)$$

因为 $\mathbb{P}^E \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)$ 并且 $\mathbb{P}^N \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^N, \epsilon^N)$ ，所以随机规划方法比所提方法更乐观。通过 5.3.1 节的方法将非线性约束转化成线性约束，然后根据抽样平均近似将优化配置问题转化为传统的双目标 MILP 问题，再采用 ϵ -约束法计算帕累托前沿。其中给定预算 F 时，求解的 MILP 问题如下：

$$\min \frac{1}{|S_N|} \sum_{n \in S_N} \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t,n}^G \quad (5.71)$$

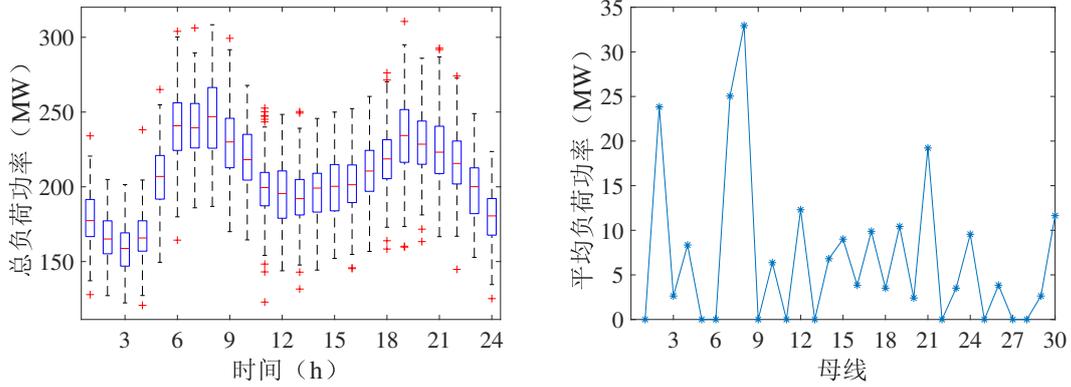
$$\text{s.t. } f(\mathbf{x}) \leq F, \mathbf{x} \in X, \frac{1}{|S_E|} \sum_{n \in S_E} s_n^E \leq \lambda \quad (5.72)$$

$$\text{式 (5.38), 式 (5.39), } \forall n \in S_N \quad (5.73)$$



蓝色框表示 50% 置信区间，红色横线表示中位数，红色加号表示异常值。

图 5.4 低碳电网中风力发电数据



(a) 各时间段总负荷功率箱形图（蓝色框表示 50% 置信区间，红色横线表示中位数，红色加号表示异常值）

(b) 各母线处平均负荷功率

图 5.5 低碳电网中负荷需求数据

$$s_n^E \geq 0, s_n^E \geq \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t,n}^D \Delta_t - R^E, \forall n \in S_E \quad (5.74)$$

$$\text{式(5.35), 式(5.36), } \forall n \in S_E \quad (5.75)$$

5.4.2.2 鲁棒优化方法

在最坏采样场景下优化目标函数，鲁棒优化方法的容量优化配置模型如下：

$$\min_{\mathbf{x}} \left\{ f(\mathbf{x}), \sup_{n \in S_N} g^N(\mathbf{x}, \xi_n^N) \right\} \quad (5.76)$$

$$\text{s.t. } \sup_{n \in S_E} g^E(\mathbf{x}, \xi_n^E) \leq \lambda, \mathbf{x} \in X \quad (5.77)$$

其中总投资成本 $f(\mathbf{x})$ 取决于容量配置策略而与不确定性无关，在第二个目标函数中最小化最坏碳排放，在约束中限制极端情况下的失负荷。应用 ε -约束法，鲁棒优化方法容量优化配置模型的帕累托前沿可以通过以下 MILP 求解：

$$\begin{aligned}
 & \min s \\
 & \text{s.t. } f(\mathbf{x}) \leq F, \mathbf{x} \in X \\
 & s \geq \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t,n}^G, \text{ 式 (5.38), 式 (5.39), } \forall n \in S_N \quad (5.78) \\
 & \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t,n}^D \Delta_t \leq \lambda, \text{ 式 (5.35), 式 (5.36), } \forall n \in S_E
 \end{aligned}$$

5.4.2.3 仅考虑离散概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化方法

这种方法使用的概率分布模糊集与所提方法有所不同，只包含支撑集与经验概率分布相同的离散概率分布，即

$$\mathcal{B}^d(\mathbb{P}^E, \varepsilon^{Ed}) := \left\{ \mathbb{P} := \sum_{n \in S_E} q_n \mathbf{1}_{\xi_n^E} \left| \begin{array}{l} q_n \geq 0, \forall n \in S_E \\ \sum_{n \in S_E} q_n = 1 \\ d_W(\mathbb{P}, \mathbb{P}^E) \leq \varepsilon^{Ed} \end{array} \right. \right\} \quad (5.79)$$

其中的离散概率分布 \mathbb{P} 含义是给每个采样数据 ξ_n^E 分配概率 q_n 。 q_n 的取值在多面体集合 $\{(q_n; n \in S_E) \mid q_n \geq 0, \forall n \in S_E, \sum_{n \in S_E} q_n = 1\}$ 中变化。Wasserstein 距离 d_W 的定义见式 (2.4)。对于这种离散概率分布的特殊情况，有

$$\begin{aligned}
 d_W(\mathbb{P}, \mathbb{P}^E) &= \inf_{\mathbf{K}} \sum_{m \in S_E} \sum_{n \in S_E} K_{m,n} \|\xi_m^E - \xi_n^E\|_1 \\
 & \text{s.t. } \sum_{m \in S_E} K_{m,n} = q_n, \forall n \in S_E \\
 & \sum_{n \in S_E} K_{m,n} = \frac{1}{|S_E|}, \forall m \in S_E \\
 & K_{m,n} \geq 0, \forall m, n \in S_E
 \end{aligned} \quad (5.80)$$

其中 \mathbf{K} 给出了边缘概率分布为 \mathbb{P} 和 \mathbb{P}^E 的联合概率分布。常规情况的概率分布模糊集 $\mathcal{B}^d(\mathbb{P}^N, \varepsilon^{Nd})$ 通过类似的方式定义。基于这两个概率分布模糊集，DRO-D 方法的容量优化配置模型如下：

$$\begin{aligned}
 & \min_{\mathbf{x}} \left\{ f(\mathbf{x}), \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}^d(\mathbb{P}^N, \varepsilon^{Nd})} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g^N(\mathbf{x}, \xi)] \right\} \\
 & \text{s.t. } \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}^d(\mathbb{P}^E, \varepsilon^{Ed})} \text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g^E(\mathbf{x}, \xi)) \leq R^E, \mathbf{x} \in X
 \end{aligned} \quad (5.81)$$

当 $\epsilon^{Ed} = \epsilon^E$ 时, $\mathbb{P}^E \in \mathcal{B}^d(\mathbb{P}^E, \epsilon^{Ed}) \subsetneq \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)$, 因为 $\mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)$ 包含离散概率分布以外其他形式的概率分布。因此, DRO-D 模型比随机规划模型更保守, 但比所提方法更乐观。根据 3.4.2 节的方法, 式 (5.81) 等价于一个传统的双目标 MILP 问题, 从而可以进一步通过 ϵ -约束法求解帕累托前沿。其中固定预算 F 时求解的 MILP 问题如下:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \epsilon^{Nd} \rho^N + \sum_{n \in S_N} \frac{\gamma_n^N}{|S_N|} + \tau^N \\
 \text{s.t.} \quad & \rho^N \|\xi_m^N - \xi_n^N\|_1 + \mu_m^N + \gamma_n^N \geq 0, \forall m, n \in S_N \\
 & -\mu_n^N + \tau^N \geq \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t,n}^G, \forall n \in S_N \\
 & \text{式 (5.38), 式 (5.39), } \forall n \in S_N \\
 & \rho^E \|\xi_m^E - \xi_n^E\|_1 + \mu_m^E + \gamma_n^E \geq 0, \forall m, n \in S_E \\
 & -\mu_n^E + \tau^E \geq 0, \quad -\mu_n^E + \tau^E \geq \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} p_{i,t,n}^D \Delta_t - R^E, \forall n \in S_E \\
 & \text{式 (5.35), 式 (5.36), } \forall n \in S_E \\
 & f(\mathbf{x}) \leq F, \mathbf{x} \in X \\
 & \rho^N \geq 0, \rho^E \geq 0, \epsilon^{Ed} \rho^E + \sum_{n \in S_E} \frac{\gamma_n^E}{|S_E|} + \tau^E \leq \lambda
 \end{aligned} \tag{5.82}$$

5.4.3 结果与对比

4 种方法计算帕累托前沿上一个点都需要求解约 35 万约束、15 万变量 (包括 14 个布尔变量) 的混合整数线性规划, 并且计算时间均在 1 h 左右。因为用于规划目的, 所以计算时间不是首要考虑因素。如果设置 ϵ^{Ed} 和 ϵ^{Nd} 为 $\epsilon^{Ed} = \epsilon^E = 0.01$ 和 $\epsilon^{Nd} = \epsilon^N = 0.005$, 则 SP 和 DRO-D 的结果非常接近, 因此设置 $\epsilon^{Ed} = 0.2$ 、 $\epsilon^{Nd} = 0.1$ 。图 5.6 绘制了 4 种方法的帕累托前沿。随着总投资成本增加, 碳排放均减少。SP 和 DRO-C 模型主要在投资成本小于 4×10^9 元时不同。其他情况下, 日碳排放量相对于投资成本的灵敏度大致为 $-3 \times 10^{-4} \text{ kgCO}_2/\text{元}$, 意味着在这个算例中, 每减少 300 kgCO_2 日碳排放量, 就需要增加 10^6 元的投资成本。帕累托前沿从上到下分别属于 RO、DRO-C、DRO-D 和 SP 方法。帕累托前沿的左端点从左到右分别属于 SP、DRO-D、DRO-C 和 RO 方法, 这反映了各种方法可行域的大小关系。因此, SP 是最乐观的方法, DRO-D 的结果仍然非常接近于 SP, RO 是最保守的方法, 而 DRO-C 方法位于中间。这些观察验证了前文中对 4 种方法的理论分析。

将日碳排放量设置为不超过 $2.4 \times 10^6 \text{ kgCO}_2$, 此时不同方法的容量优化配置

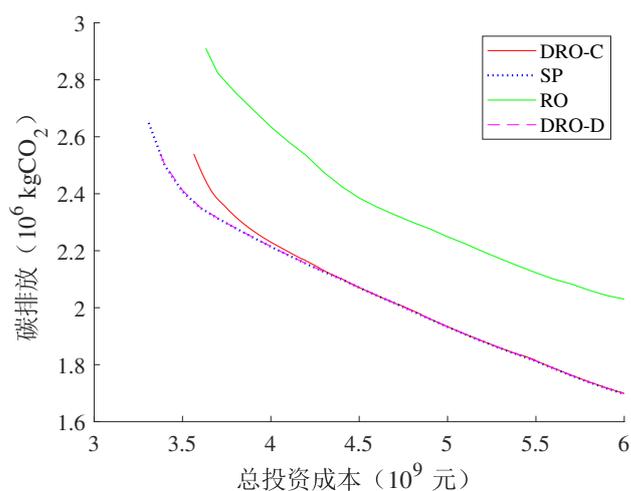


图 5.6 低碳电网碳排放和总投资成本的帕累托前沿

结果在表 5.4 中对比，并在测试用极端情况数据中测试失负荷 Shortfall 风险，在测试用常规情况数据中测试平均碳排放。此时，新能源渗透率，即新能源出力占总负荷的比例，约为 50%。结果表明 DRO-C 方法的方案在测试用数据中满足失负荷限制，即失负荷风险不超过 0，并且日碳排放量不超过 $2.4 \times 10^6 \text{ kgCO}_2$ 。与此对比，SP 在失负荷与碳排放两方面都过于乐观，原因是没有考虑经验概率分布的不精确性。经验概率分布由规划用数据生成，SP 结果在规划用数据和测试用数据中的不同表现，既反映了经验概率分布的不精确性，又表明 SP 方法给出的结果鲁棒性较低，对概率分布较敏感。虽然 RO 的结果满足失负荷与碳排放的要求，但是其投资成本比所提 DRO-C 方法高 22%。因此，在这些方法中，DRO-C 方法给出了本算例鲁棒性和最优性之间的最好平衡。

所提方法的帕累托解在图 5.7 - 图 5.9 中展示，包括当预算变化时各部分容量和成本怎样变化。结果表明，当预算增加或者碳排放上限降低时新能源发电和储能容量呈增长趋势，但同时因为输电网扩展的变量是离散的，所以存在一些阶跃现象。粗略而言，在这个算例中每减少日碳排放量 100 kgCO_2 ，需要增加约 40 kW 新能源发电装机容量。

5.4.4 参数灵敏度分析

研究一些参数对容量优化配置结果的影响，包括可接受失负荷量、常规火电机组容量、储能单位成本和负荷需求。本小节中将日碳排放量上限设为 $2.4 \times 10^6 \text{ kgCO}_2$ ，此时新能源渗透率在约 50% 以上。

表 5.5 展示了不同可接受失负荷量 λ 下的容量优化配置结果。 λ 的值影响可行域的大小。当 λ 增加时，可行域扩大，所以储能总容量下降，需要扩建的传输线减

表 5.4 不同方法下低碳电网容量优化配置结果

方法	DRO-C	SP	RO
总投资成本 (元)	3.67×10^9	3.62×10^9	4.46×10^9
新能源发电容量 ($x_{10}^R, x_{13}^R, x_{27}^R$) (MW)	(250, 127, 163)	(247, 198, 135)	(250, 240, 205)
储能功率容量 (x_8^{Sp}, x_{21}^{Sp}) (MW)	(109, 34.3)	(81.1, 34.9)	(84.4, 43.2)
储能能量容量 (x_8^{Se}, x_{21}^{Se}) (MWh)	(753, 160)	(548, 187)	(709, 266)
新增传输线	$(6, 8) \times 3$ (24, 25) $(25, 27) \times 2$	$(6, 8) \times 2$ (24, 25) (25, 27)	$(6, 8) \times 2$ (24, 25) $\times 2$ (25, 27) $\times 2$
测试失负荷风险	-0.29	0.24	-0.48
测试日碳排放 (kgCO ₂)	2.37×10^6	2.47×10^6	2.13×10^6

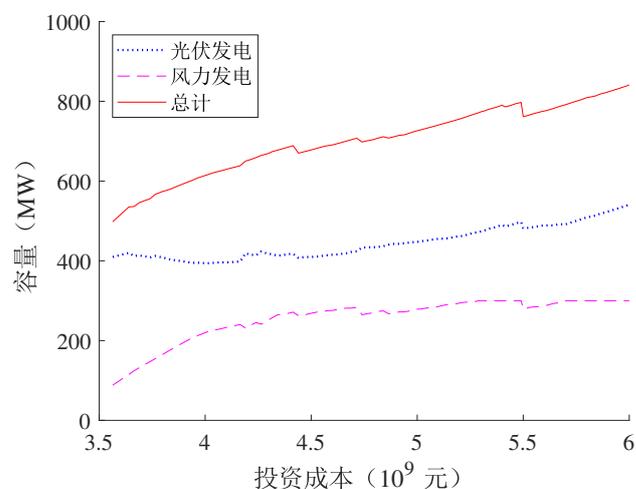


图 5.7 低碳电网帕累托解中新能源发电容量

少，总投资成本降低。新能源发电总容量没有大幅改变，因为负荷需求和常规火电机组容量不变。

同时改变两台常规火电机组的容量，结果展示在表 5.6 中。随着常规火电机组容量增加，调节能力增强，能承担更多的调峰压力。因此，最优解中新能源发电、储能容量和输电网扩建程度都下降，所以总投资成本也下降。

为了研究储能单位容量成本对结果的影响，将 C^{Sp} 和 C^{Se} 同时乘以一个常数系数，不同系数下的结果展示在表 5.7 中。随着储能变得更便宜，新能源发电总容

表 5.5 不同可接受失负荷量下低碳电网容量优化配置结果

可接受失负荷量 λ (MWh)	51.1	76.7	102.2	127.8
总投资成本 (元)	3.67×10^9	3.54×10^9	3.45×10^9	3.44×10^9
新能源发电容量 $(x_{10}^R, x_{13}^R, x_{27}^R)$ (MW)	(250, 127, 163)	(250, 155, 142)	(250, 216, 103)	(250, 221, 99.6)
储能功率容量 (x_8^{Sp}, x_{21}^{Sp}) (MW)	(109, 34.3)	(86.3, 41.2)	(85.1, 30.1)	(84.6, 30.3)
储能能量容量 (x_8^{Se}, x_{21}^{Se}) (MWh)	(753, 160)	(584, 247)	(526, 124)	(516, 118)
新增传输线	$(6, 8) \times 3$ (24, 25) $(25, 27) \times 2$	$(6, 8) \times 2$ (24, 25) (25, 27)	$(6, 8) \times 2$	$(6, 8) \times 2$

表 5.6 不同常规火电机组容量下低碳电网容量优化配置结果

常规火电机组容量 (MW)	150	160	170	180
总投资成本 (元)	4.35×10^9	3.67×10^9	3.44×10^9	3.43×10^9
新能源发电容量 $(x_{10}^R, x_{13}^R, x_{27}^R)$ (MW)	(250, 72.4, 283)	(250, 127, 163)	(250, 212, 104)	(225, 231, 129)
储能功率容量 (x_8^{Sp}, x_{21}^{Sp}) (MW)	(109, 45.3)	(109, 34.3)	(81.2, 27.6)	(51.9, 42.5)
储能能量容量 (x_8^{Se}, x_{21}^{Se}) (MWh)	(927, 336)	(753, 160)	(537, 131)	(319, 266)
新增传输线	$(6, 8) \times 3$ (22, 24) $(24, 25) \times 3$ $(25, 27) \times 3$	$(6, 8) \times 3$ (24, 25) $(25, 27) \times 2$	$(6, 8) \times 2$	$(6, 8)$ (24, 25) (25, 27)

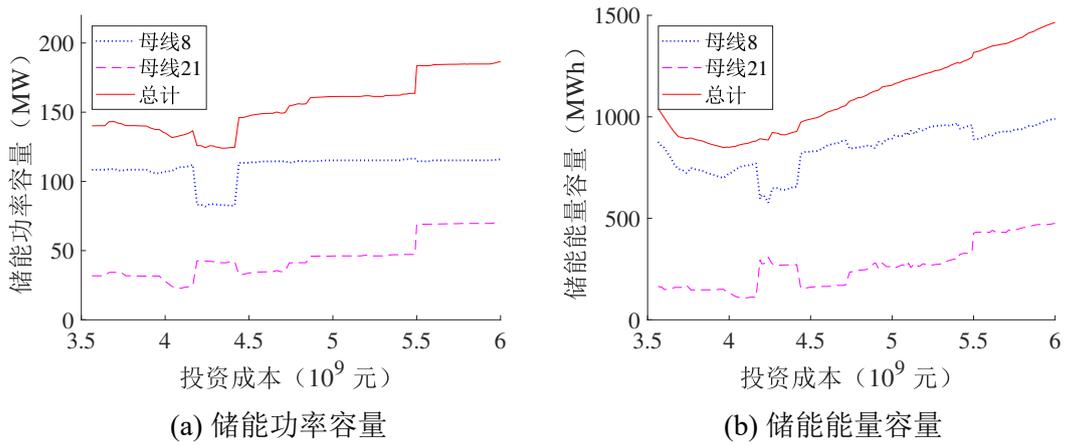


图 5.8 低碳电网帕累托解中储能容量

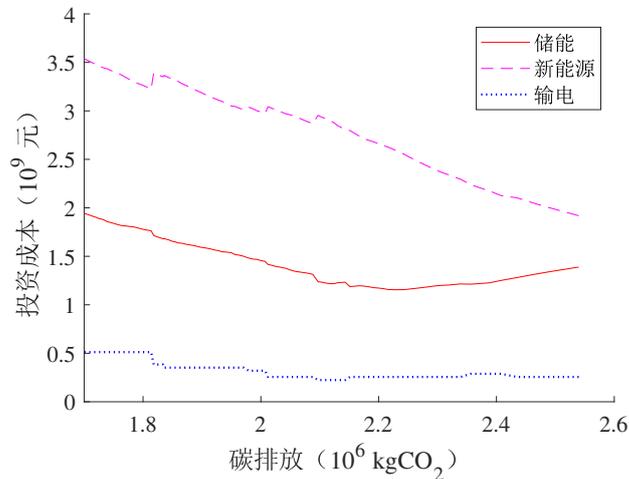


图 5.9 低碳电网帕累托解中投资成本组成

量基本没有改变，储能容量呈增长趋势，输电网扩建呈些许下降趋势，说明储能和输电网有一定的互补性。总投资成本随储能成本下降而明显下降。

将负荷数据乘以一个系数，在表 5.8 中对比不同负荷水平对结果的影响。因为碳排放上限固定，所以为了供给增长的负荷，应该配置更大容量的新能源发电，新增更多的传输线，并为了调峰需要进一步扩大储能。

5.4.5 采用新能源发电与储能取代常规火电机组

通过算例研究，负荷水平未增长时，如果退出一些常规火电机组，需要新增多少新能源发电和储能。此时不允许输电网扩展，在碳排放约束下最小化总投资成本，其中碳排放上限与仍在运行的常规火电机组总容量成正比。为了模拟常规火电机组退出的过程，从 6 台常规火电机组的原始算例开始，即母线 1 处 80 MW、母线 2 处 80 MW、母线 22 处 50 MW、母线 27 处 55 MW、母线 23 处 30 MW、母

表 5.7 不同储能单位容量成本下低碳电网容量优化配置结果

储能单位容量成本 乘以系数	2.0	1.0	0.50	0.25
总投资成本（元）	4.91×10^9	3.67×10^9	3.05×10^9	2.72×10^9
新能源发电容量 ($x_{10}^R, x_{13}^R, x_{27}^R$) (MW)	(242, 134, 159)	(250, 127, 163)	(250, 131, 159)	(250, 133, 152)
储能功率容量 (x_8^{Sp}, x_{21}^{Sp}) (MW)	(108, 39.7)	(109, 34.3)	(113, 31.8)	(116, 35.2)
储能能量容量 (x_8^{Se}, x_{21}^{Se}) (MWh)	(674, 225)	(753, 160)	(806, 150)	(821, 150)
	$(6, 8) \times 3$	$(6, 8) \times 3$	$(6, 8) \times 3$	$(6, 8) \times 3$
新增传输线	$(24, 25) \times 2$	(24, 25)	(24, 25)	(24, 25)
	$(25, 27) \times 2$	$(25, 27) \times 2$	(25, 27)	(25, 27)

线 13 处 40 MW 常规火电机组。为了使得这 6 台常规火电机组能够满足失负荷风险要求，将负荷数据乘以 0.87，之后保持不变。常规火电机组的退出按照母线 27、22、13 和 23 的顺序。新能源发电和储能的容量配置结果在表 5.9 中展示。为了退出 30 MW 常规火电机组，大约需要配置 100 MW 新能源发电。当常规火电机组剩余容量较小时，储能容量需求增长加快。

5.4.6 储能选址分析

本小节将容量优化配置模型及其解法扩展为考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划模型及其解法，并通过算例探究储能选址对投资成本和碳排放的影响。

5.4.6.1 考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划模型及其解法

设 z_i^S 为表示母线 i 处是否建储能的布尔变量， $z_i^S = 1$ 表示在母线 i 处建储能， $z_i^S = 0$ 表示不建。因此，母线 i 处储能容量应满足

$$0 \leq x_i^{Sp} \leq X_i^{Spu} z_i^S, 0 \leq x_i^{Se} \leq X_i^{Seu} z_i^S \quad (5.83)$$

当 $z_i^S = 1$ 时，式 (5.83) 相当于

$$0 \leq x_i^{Sp} \leq X_i^{Spu}, 0 \leq x_i^{Se} \leq X_i^{Seu} \quad (5.84)$$

当 $z_i^S = 0$ 时，式 (5.83) 使得

$$x_i^{Sp} = x_i^{Se} = 0 \quad (5.85)$$

表 5.8 不同负荷水平下低碳电网容量优化配置结果

负荷乘以系数	1.05	1.00	0.95	0.90
总投资成本 (元)	4.91×10^9	3.67×10^9	3.07×10^9	2.51×10^9
新能源发电容量 ($x_{10}^R, x_{13}^R, x_{27}^R$) (MW)	(250, 120, 267)	(250, 127, 163)	(222, 127, 130)	(213, 127, 87.5)
储能功率容量 (x_8^{Sp}, x_{21}^{Sp}) (MW)	(108, 56.4)	(109, 34.3)	(79.6, 33.9)	(56.6, 34.6)
储能能量容量 (x_8^{Se}, x_{21}^{Se}) (MWh)	(723, 421)	(753, 160)	(534, 160)	(340, 167)
	(6, 8) × 3			
	(21, 22)	(6, 8) × 3	(6, 8) × 2	
新增传输线	(22, 24)	(24, 25)	(24, 25)	(6, 8)
	(24, 25) × 3	(25, 27) × 2	(25, 27)	
	(25, 27) × 3			

表 5.9 常规火电机组逐步退出时的新能源-储能容量优化配置结果

常规火电机组 容量 (MW)	335	280	190	160
总投资成本 (元)	0	7.27×10^8	3.08×10^9	1.04×10^{10}
新能源发电容量 (MW)	0	174	542	682
储能功率容量 (MW)	0	7.3	59.1	88.4
储能能量容量 (MWh)	0	19.3	470	754
日碳排放 (kgCO ₂)	3.79×10^6	3.17×10^6	2.15×10^6	1.81×10^6
新能源渗透率	0%	16%	43%	52%

这与不建储能相符。将 z_i^S 加入规划变量 \mathbf{x} 中, 并将式 (5.83) 和 $z_i^S \in \{0, 1\}$ 考虑到规划变量取值范围中, 得到

$$X := \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} = (x_i^R, z_i^S, x_i^{Sp}, x_i^{Se}, n_{ij}^L, z_{ij,m}^L; i \in S_B, (i, j) \in S_L, m = 0, 1, \dots, M^L) : \\ 0 \leq x_i^R \leq X_i^{Ru}, z_i^S \in \{0, 1\}, 0 \leq x_i^{Sp} \leq X_i^{Spu} z_i^S, 0 \leq x_i^{Se} \leq X_i^{Seu} z_i^S, \forall i \in S_B \\ 0 \leq n_{ij}^L \leq N_{ij}^{Lu}, n_{ij}^L = \sum_{m=0}^{M^L} 2^m z_{ij,m}^L, \forall (i, j) \in S_L \\ z_{ij,m}^L \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in S_L, m = 0, 1, \dots, M^L \end{array} \right. \quad (5.86)$$

储能选址处可能有固定投资成本，记为 C_i^S , $i \in S_B$ ，则总投资成本为

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &:= \sum_{i \in S_B} (C_i^R x_i^R + C_i^S z_i^S + C^{Sp} x_i^{Sp} + C^{Se} x_i^{Se}) + \sum_{(i,j) \in S_L} C_{ij}^L n_{ij}^L \\ &= \sum_{i \in S_B} (C_i^R x_i^R + C_i^S z_i^S + C^{Sp} x_i^{Sp} + C^{Se} x_i^{Se}) + \sum_{(i,j) \in S_L} C_{ij}^L \sum_{m=0}^{M^L} 2^m z_{ij,m}^L \end{aligned} \quad (5.87)$$

将式 (5.86) 和式 (5.87) 中的 X 和 $f(\mathbf{x})$ 代入容量优化配置问题，于是得到考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划模型如下：

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \left\{ f(\mathbf{x}), \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^N, \epsilon^N)} \mathbb{E}^{\mathbb{P}}[g^N(\mathbf{x}, \xi)] \right\} \\ \text{s.t.} \quad & \sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{B}(\mathbb{P}^E, \epsilon^E)} \text{SR}_{l,\lambda}^{\mathbb{P}}(g^E(\mathbf{x}, \xi)) \leq R^E, \mathbf{x} \in X \end{aligned} \quad (5.88)$$

因为仅仅改变了 \mathbf{x} 的定义和取值范围，而且 $f(\mathbf{x})$ 仍然是线性函数，所以 5.3 节中解法仍然有效。在给定碳排放上限或者预算上限时，规划模型转化为 MILP 问题进行求解。

5.4.6.2 算例结果与分析

为了探究储能选址对规划结果的影响，设置 4 种情形。基本参数与前文算例设置一致。此外，所有传输线都可以扩建 3 条，每条成本与容量成正比。碳排放上限设为 $2.4 \times 10^6 \text{ kgCO}_2$ ，最小化总投资成本。储能固定投资成本设为 0。情形 1 中储能可选位置与基础算例相同，即在母线 8 和母线 21 处可以配置储能。情形 2 中所有母线都可以配置储能。情形 3 中储能可以配置在发电侧，即接入发电的母线 1、2、10、13、27。情形 4 中储能可以配置在负荷侧，即有负荷的母线 2-4、7、8、10、12、14-21、23、24、26、29、30 处。

4 种情形中，情形 1 的储能位置已在图 5.2 中展示，其他 3 种情形的储能选址结果见图 5.10-图 5.12。表 5.10 进一步对比了 4 种情形的结果。情形 1 总投资成本最高，新增传输线数量最多，因为只能在两个母线处配置储能，而储能在电网中发挥调节能力的过程受到输电能力的限制。情形 2 总投资成本最低，因为所有母线处都可以配置储能，可行域最大。最优解处全部 30 个母线中有 11 个配置了储能。因为情形 2 变量取值范围最大，所以计算时间最长，但对于规划问题而言仍然可接受。此外，可以采用 MILP 问题加速算法进行求解，尤其是针对基于场景的随机规划的加速算法，进一步减少计算时间^[198]。情形 3 和情形 4 的总投资成本相近，比情形 2 高但是显著低于情形 1，并且这两种情形都只需要新增 1 条传输线。与情形 4 相比，情形 3 只需要在发电侧的 4 个母线处配置储能即可达到相近的效果，

在储能固定投资成本较高时更有优势。综上所述，所提考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划模型是有效的。

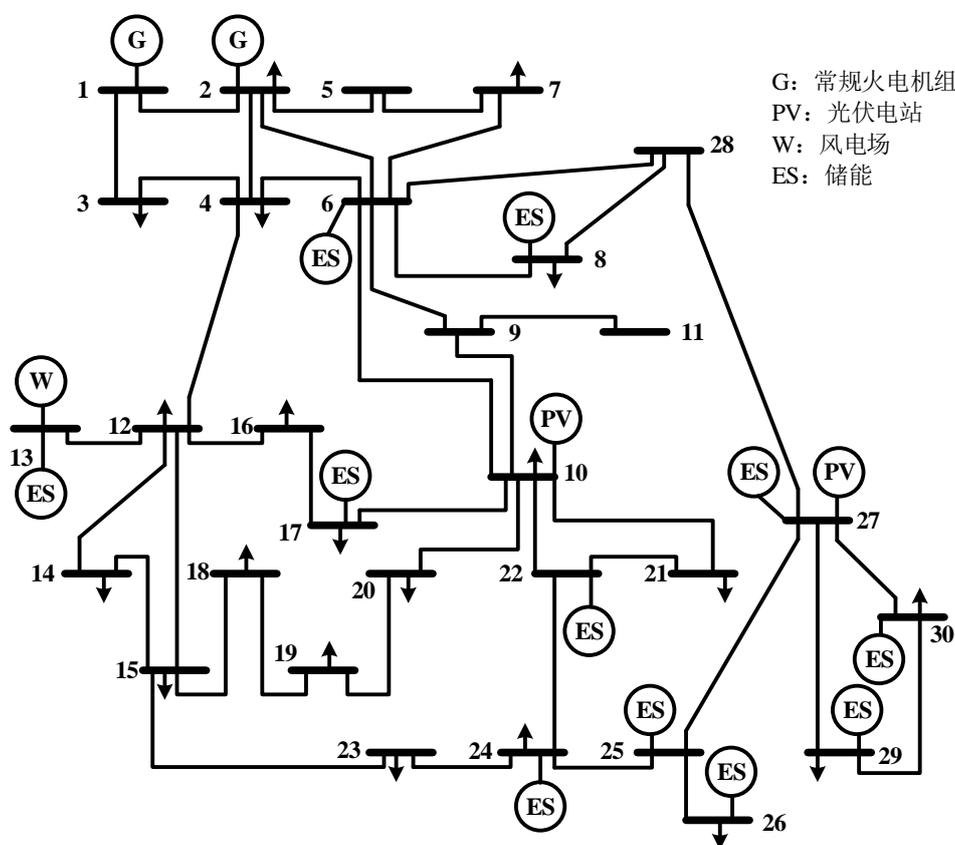


图 5.10 低碳电网储能选址情形 2 拓扑图

5.5 本章小结

本章提出了一种基于分布鲁棒优化的低碳电网中新能源发电-输电-储能容量优化配置方法。通过基于 Wasserstein 距离的概率分布模糊集考虑了经验概率分布的不精确性。在极端情况失负荷分布鲁棒风险约束下，双目标的容量优化配置模型最小化总投资成本和常规情况的碳排放最坏期望。在所提求解方法中，采用布尔变量和大-M 法转化非线性约束，证明了可以除去储能充放电功率互补约束；分布鲁棒风险和最坏期望通过基于 Lipschitz 常数的方法转化为线性模型；采用 ϵ -约束法，借助求解 MILP 问题计算帕累托前沿。

算例基于 IEEE-30 节点系统和青海省新能源发电资源数据。所提方法与随机规划、鲁棒优化、仅考虑离散概率分布的基于 Wasserstein 距离的分布鲁棒优化对比，结果显示所提方法能够在鲁棒性和最优性之间取得较好平衡。日碳排放量相

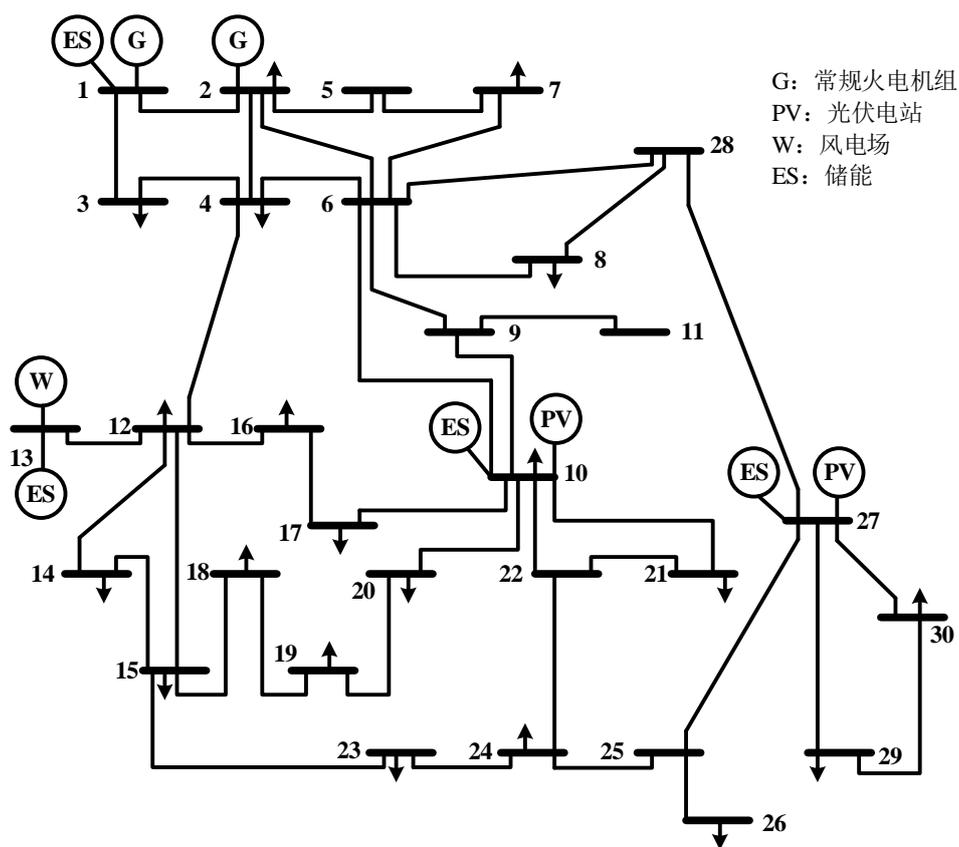


图 5.11 低碳电网储能选址情形 3 拓扑图

对于总投资成本的灵敏度约为 $-3 \times 10^{-4} \text{ kgCO}_2/\text{元}$ 。为了让日碳排放量减少 100 kgCO_2 ，大致需要配置 40 kW 新能源发电。储能容量受到多种因素影响。当系统中常规火电机组占比较大时，储能容量需求较小；否则，储能容量需求随常规火电机组容量减少快速增长。

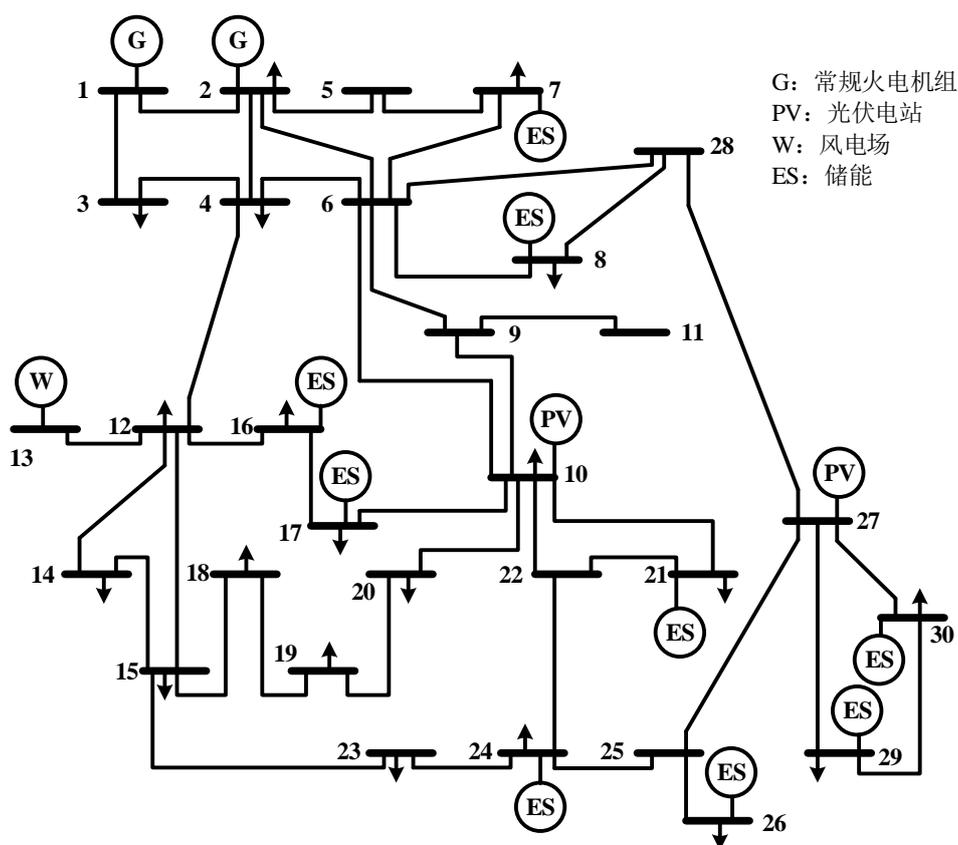


图 5.12 低碳电网储能选址情形 4 拓扑图

表 5.10 低碳电网储能选址情况对比

情形	1	2	3	4
可配置储能位置	母线 8、21	所有母线	发电侧	负荷侧
总投资成本 (元)	3.67×10^9	3.35×10^9	3.41×10^9	3.40×10^9
新能源发电容量 (MW)	541	527	528	532
配置储能的母线数量	2	11	4	9
储能功率容量 (MW)	143	154	151	151
储能能量容量 (MWh)	913	917	898	914
新增传输线数量	6	0	1	1
优化问题约束数量	约 74 万	约 103 万	约 77 万	约 93 万
优化问题全部变量数量	约 24 万	约 37 万	约 26 万	约 32 万
优化问题布尔变量数量	123	123	123	123
计算时间 (s)	13259	32408	25960	29657

第6章 结论与展望

6.1 研究成果

新能源发电有利于保护自然环境和避免气候变化。新能源的波动性和随机性给高比例新能源电力系统调峰和新能源消纳带来挑战。配置储能可以缓解这个问题,但由于抽水蓄能受到地理条件限制,电化学等储能成本相对较高,所以有必要研究储能容量优化配置。全新能源供电独立微网、偏远新能源场站、低碳电网是分别对应需求侧、发电侧、电网侧的三种有代表性的高比例新能源电力系统典型应用场景。

在规划阶段,难以获得足够多足够准确的数据为新能源发电和负荷需求等不确定性建立精确的概率分布模型,有必要采用分布鲁棒优化以考虑经验概率分布的不精确性。储能优化配置问题具有规划-运行两阶段优化的形式,并且储能能够在时间上转移电能,导致涉及储能的运行优化需要考虑多个时间段,因而运行优化问题规模较大,随机变量维数较高。

因此,本文针对高比例新能源电力系统的储能容量优化配置问题,提出了一类特定两阶段分布鲁棒优化问题的建模和求解方法,以此作为理论基础,对全新能源供电独立微网、偏远新能源场站、低碳电网三种场景,分别建立了含储能的分布鲁棒容量优化配置模型,并提出了求解算法。本文主要成果和创新点如下:

第一,提出了适用于高比例新能源电力系统储能容量优化配置的两阶段分布鲁棒优化问题建模和求解方法。

根据规划问题通常具有的规划-运行两阶段优化形式,构建了一类特定两阶段分布鲁棒优化问题的数学模型,其中概率分布模糊集基于 Wasserstein 距离建立,包含一般形式的概率分布,并且考虑随机变量取值范围信息;第一阶段优化问题的目标函数和约束中可能出现最坏期望、分布鲁棒机会约束、分布鲁棒风险度量等不确定性表现形式,并且均由第二阶段线性规划的最优值或者线性模型定义。对于这一类问题的求解,首先将多种不确定性形式转化为最坏期望,然后基于分段仿射函数表达式和 Lipschitz 常数提出了两种将最坏期望转化为线性模型的方法,并从理论上进行对比分析。基于分段仿射函数表达式的方法精确、直观,但只适用于规模较小的问题。基于 Lipschitz 常数的方法能够适用于较大规模的问题,并且可以通过理论分析或者数值计算得到 Lipschitz 常数,但这种方法有可能引入额外保守性。所提两阶段分布鲁棒优化问题建模和求解方法为后续考虑新能源不确定性的优化配置研究奠定了理论基础。

第二，提出了全新能源供电独立微网中新能源-储能容量优化配置方法。

针对全新能源供电独立微网，构建了最小化失负荷的运行优化模型并以此定义失负荷函数。基于分布鲁棒优化方法，提出了最小化失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险和总投资成本的双目标新能源-储能容量优化配置模型。通过证明储能充放电功率互补约束可松弛化，将模型转化为理论基础部分所考虑的两阶段分布鲁棒优化问题。基于对失负荷函数 Lipschitz 常数的理论分析，进一步转化分布鲁棒 Shortfall 风险，使容量优化配置模型归结于双目标线性规划。根据 ε -约束法和参数线性规划理论，提出了求解帕累托前沿解析表达式的算法。算例分析中所提方法与随机规划方法、鲁棒优化方法、其他分布鲁棒优化方法、基于时序仿真的方法对比，测试结果表明有必要考虑经验概率分布的不精确性，并且所提方法相比之下能够较好地平衡最优性和鲁棒性。若储能单位成本下降，则优化结果中新能源发电容量减小，储能容量增大。

第三，提出了偏远新能源场站的输电-储能容量优化配置方法。

针对偏远新能源场站，构建了最小化新能源弃电的运行优化模型并给出新能源弃电量函数定义，提出了以新能源弃电分布鲁棒 CVaR 风险为约束，最小化总投资成本的输电-储能容量优化配置模型。根据参数线性规划理论，提出了一种计算新能源弃电量函数近似表达式的算法。利用该表达式和理论基础部分提出的基于分段仿射函数表达式的方法，将容量优化配置模型转化为线性规划。算例分析中所提方法与多种方法对比，测试结果表明最坏概率分布不是与经验概率分布具有相同支撑集的离散概率分布，因此需要在概率分布模糊集中包含一般形式的概率分布，说明了所提容量优化配置方法的重要性。基于分段仿射函数表达式和基于 Lipschitz 常数的最坏期望转化方法给出了一致的结果，验证了理论基础部分所提方法的有效性。

第四，提出了低碳电网中新能源-输电-储能容量优化配置方法。

针对部分常规火电退出的低碳电网，分别构建了极端情况下最小化失负荷与常规情况下最小化碳排放的运行优化模型，并据此定义失负荷函数与碳排放函数。提出了以极端情况失负荷分布鲁棒 Shortfall 风险为约束，最小化总投资成本和常规情况最坏碳排放期望的双目标新能源-输电-储能容量优化配置模型。在所提求解方法中，利用布尔辅助变量和大-M 法线性化输电网扩展带来的乘积项，证明可松弛化储能充放电功率互补约束，从而使得第二阶段优化具有线性规划形式。根据理论基础部分提出的方法，计算失负荷函数与碳排放函数的 Lipschitz 常数，从而将容量优化配置问题归结为双目标 MILP 问题，并采用 ε -约束法得到帕累托前沿。在基于 IEEE-30 节点系统和青海省实际风光资源数据的算例中将所提方法与多种

方法对比, 测试结果表明所提方法较好地平衡了最优性和鲁棒性。算例分析中还将所提方法用于研究如何采用新能源发电与储能取代常规火电机组, 并且将所提方法扩展为考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划方法, 验证了其有效性。算例结论包括: 日碳排放量每减少 100 kgCO_2 , 需要新增约 40 kW 新能源发电装机; 固定碳排放与常规火电装机容量比例时, 每退出 30 kW 常规火电, 需要新增约 100 kW 新能源发电; 所需储能容量与新能源装机占比有关, 新能源比例越高, 所需储能容量增长越快; 储能选址方面, 在发电侧配置储能具有一定优势。

综上所述, 本文研究成果提出了一类两阶段分布鲁棒优化问题的建模和求解方法, 对处理含随机性的两阶段优化具有重要理论意义。以此作为理论基础, 对全新能源供电独立微网、偏远新能源场站和低碳电网三种高比例新能源电力系统场景, 分别提出了含储能的容量优化配置建模和求解方法。所提方法能够在规划阶段考虑经验概率分布的不确定性, 对储能容量优化配置的工程实践具有指导意义。

6.2 工作展望

本文未来的拓展方向可包括以下几个方面:

第一, 细化所提优化配置模型, 例如进一步考虑多阶段规划、水电机组、需求响应、电力市场、储能参与快速调频、计及电压的线性化潮流模型^[199] 等等。此外, 模型细化后求解时间可能显著增长, 例如所提考虑储能选址的新能源-输电-储能协调规划方法在问题规模较大时求解时间较长。如何加速求解过程是值得研究的问题。

第二, 在其他领域应用所提两阶段分布鲁棒优化问题的建模和求解方法。所提方法有一定的一般性, 许多含有不确定性的规划问题具有这样的形式, 或者可以通过线性化等手段使得简化模型满足所提方法的要求。因此, 所提方法可用于其他场景下新能源电力系统的规划问题, 例如含新能源分布式发电的配电网与含新能源的综合能源系统。

第三, 扩展两阶段分布鲁棒优化问题的考虑范围。目前所考虑的问题中第二阶段优化具有线性规划的形式, 第一阶段变量和随机变量只出现在线性规划约束右端项中, 并且约束右端项关于第一阶段变量和随机变量分别是仿射的。如果将其扩展为更一般的数学优化问题形式, 例如第二阶段优化为二阶锥规划或半正定规划, 可能会具有更广阔的应用前景。

参考文献

- [1] Energy & Climate Intelligence Unit. Net zero scorecard[EB/OL]. (2022-02-15)[2022-02-15]. <https://eciu.net/netzerotracker>.
- [2] International Energy Agency (IEA). Renewables 2020: Analysis and forecast to 2025[R]. Paris, France: IEA, 2020.
- [3] 邹才能,熊波,薛华庆,等. 新能源在碳中和中的地位与作用[J]. 石油勘探与开发, 2021, 48(2): 411-420.
- [4] 国家能源局. 国家能源局发布 2021 年全国电力工业统计数据[EB/OL]. (2022-01-26)[2022-02-15]. http://www.nea.gov.cn/2022-01/26/c_1310441589.htm.
- [5] 卫韦华,王铭禹. “风光大省”甘肃开启新能源升级之路[N/OL]. 经济参考报, 2021-07-19[2022-02-15]. http://www.jjckb.cn/2021-07/19/c_1310069551.htm.
- [6] 新华网. 绵延如海的光伏电站讲述青海绿能故事[EB/OL]. (2021-06-15)[2022-02-15]. <http://www.xinhuanet.com/energy/20210615/3c42828138364e17abd6d342ff9b75c2/c.html>.
- [7] 程宏毅,岳弘彬. 推动平台经济规范健康持续发展、把碳达峰碳中和纳入生态文明建设整体布局[N/OL]. 人民日报, 2021-03-16[2022-02-15]. <http://politics.people.com.cn/n1/2021/0316/c1024-32052055.html>.
- [8] 袁小明,程时杰,胡家兵. 电力电子化电力系统多尺度电压功角动态稳定问题[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(19): 5145-5154+5395.
- [9] 姚良忠,朱凌志,周明,等. 高比例可再生能源电力系统的协同优化运行技术展望[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(9): 36-43.
- [10] 卓振宇,张宁,谢小荣,等. 高比例可再生能源电力系统关键技术及发展挑战[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(9): 171-191.
- [11] 汪宁渤,马明,强同波,等. 高比例新能源电力系统的发展机遇、挑战及对策[J]. 中国电力, 2018, 51(1): 29-35+50.
- [12] 国家能源局. 国家能源局 2022 年一季度网上新闻发布会文字实录[EB/OL]. (2022-01-28)[2022-02-15]. http://www.nea.gov.cn/2022-01/28/c_1310445390.htm.
- [13] Shaker H, Zareipour H, Wood D. Impacts of largescale wind and solar power integration on California's net electrical load[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2016, 58: 761-774.
- [14] 康重庆,姚良忠. 高比例可再生能源电力系统的关键科学问题与理论研究框架[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(9): 2-11.
- [15] Chazarra M, Pérez-Díaz J I, García-González J. Optimal joint energy and secondary regulation reserve hourly scheduling of variable speed pumped storage hydropower plants[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 103-115.
- [16] 贺鸿杰,张宁,杜尔顺,等. 电网侧大规模电化学储能运行效率及寿命衰减建模方法综述[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(12): 193-207.

- [17] 梅生伟, 李瑞, 陈来军, 等. 先进绝热压缩空气储能技术研究进展及展望[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(10): 2893-2907+3140.
- [18] Gallo A, Simões-Moreira J, Costa H, et al. Energy storage in the energy transition context: A technology review[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2016, 65: 800-822.
- [19] 张汝峰. 飞轮储能辅助火电机组调频技术研究[D]. 北京: 华北电力大学(北京), 2021.
- [20] 朱琰, 秦立宽, 颜全椿, 等. 考虑频率响应过程的风储联合调频策略及储能系统优化配置方法[J]. 电力自动化设备, 2021, 41(10): 28-35.
- [21] 李军徽, 张嘉辉, 李翠萍, 等. 参与调峰的储能系统配置方案及经济性分析[J]. 电工技术学报, 2021, 36(19): 4148-4160.
- [22] 李翠萍, 东哲民, 李军徽, 等. 提升配电网新能源消纳能力的分布式储能集群优化控制策略[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(23): 76-83.
- [23] 姜海洋, 杜尔顺, 朱桂萍, 等. 面向高比例可再生能源电力系统的季节性储能综述与展望[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(19): 194-207.
- [24] 刘畅, 卓建坤, 赵东明, 等. 利用储能系统实现可再生能源微电网灵活安全运行的研究综述[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(1): 1-18+369.
- [25] International Energy Agency (IEA). Energy storage[R]. Paris: IEA, 2021.
- [26] 国家能源局. 国家能源局公布 2021 年能源成绩单[EB/OL]. (2021-12-24)[2022-02-16]. http://www.nea.gov.cn/2021-12/24/c_1310391383.htm.
- [27] 国家发展改革委, 财政部, 科学技术部, 等. 关于促进储能技术与产业发展的指导意见[EB/OL]. (2017-09-22)[2022-02-16]. http://www.gov.cn/xinwen/2017-10/12/content_5231304.htm.
- [28] 国家发展改革委, 国家能源局. 国家发展改革委、国家能源局关于加快推动新型储能发展的指导意见[EB/OL]. (2021-07-15)[2022-02-16]. http://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2021-07/24/content_5627088.htm.
- [29] 国家能源局. 抽水蓄能中长期发展规划(2021-2035年)[EB/OL]. (2021-09-17)[2022-02-16]. http://zfxgk.nea.gov.cn/1310193456_16318589869941n.pdf.
- [30] 王轶辰. “新能源 + 储能”动力更足[N/OL]. 经济日报, 2021-08-24[2022-02-16]. http://paper.ce.cn/jjrb/html/2021-08/24/content_448690.htm.
- [31] 国家能源局. 首批科技创新(储能)试点示范项目名单(公示稿)[EB/OL]. (2020-11-10)[2022-02-16]. http://www.nea.gov.cn/139505760_16049906113221n.doc.
- [32] 薛禹胜, 郁琛, 赵俊华. 关于短期及超短期风电功率预测的评述[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(6): 141-151.
- [33] 万灿, 宋永华. 新能源电力系统概率预测理论与方法及其应用[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(1): 2-16.
- [34] Hunt J D, Byers E, Wada Y, et al. Global resource potential of seasonal pumped hydropower storage for energy and water storage[J]. Nature Communications, 2020, 11(2): 947.
- [35] Cole W, Frazier A W, Augustine C. Cost projections for utility-scale battery storage: 2021 update[R]. Golden, USA: National Renewable Energy Laboratory (NREL), 2021.

-
- [36] Mongird K, Viswanathan V, Alam J, et al. 2020 grid energy storage technology cost and performance assessment[R]. Richland, USA: U.S. Department of Energy, 2020.
- [37] Prékopa A. Stochastic programming[M]. Dordrecht: Springer, 1995.
- [38] Ben-Tal A, Ghaoui L E, Nemirovski A, et al. Robust optimization[M]. Princeton, USA: Princeton University Press, 2009.
- [39] Lin F, Fang X, Gao Z. Distributionally robust optimization: A review on theory and applications [J]. Numerical Algebra, Control & Optimization, 2022, 12(1): 159-212.
- [40] Nian Y, Liu S, Wu D, et al. A method for optimal sizing of stand-alone hybrid PV/wind/battery system[C]//2nd IET Renewable Power Generation Conference (RPG 2013). Beijing, 2013.
- [41] Lai C S, McCulloch M D. Sizing of stand-alone solar PV and storage system with anaerobic digestion biogas power plants[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(3): 2112-2121.
- [42] Nurunnabi M, Roy N K, Hossain E, et al. Size optimization and sensitivity analysis of hybrid wind/PV micro-grids - a case study for bangladesh[J]. IEEE Access, 2019, 7: 150120-150140.
- [43] Mohseni S, Brent A C, Burmester D, et al. Stochastic optimal sizing of micro-grids using the moth-flame optimization algorithm[C]//2019 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM). Atlanta, USA, 2019.
- [44] Ban M, Guo D, Yu J, et al. Optimal sizing of PV and battery-based energy storage in an off-grid nanogrid supplying batteries to a battery swapping station[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2019, 7(2): 309-320.
- [45] 潘文霞, 李建成, 方坤豪. 考虑补贴的独立微网容量配置优化方法[J]. 电网技术, 2018, 42(7): 2206-2213.
- [46] 黎嘉明, 郑雪阳, 艾小猛, 等. 独立海岛微网分布式电源容量优化设计[J]. 电工技术学报, 2016, 31(10): 176-184.
- [47] Wang C, Jiao B, Guo L, et al. Optimal planning of stand-alone microgrids incorporating reliability[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2014, 2(3): 195-205.
- [48] Xiao J, Bai L, Li F, et al. Sizing of energy storage and diesel generators in an isolated microgrid using discrete fourier transform (DFT)[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2014, 5(3): 907-916.
- [49] Neto P B L, Saavedra O R, de Souza Ribeiro L A. A dual-battery storage bank configuration for isolated microgrids based on renewable sources[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(4): 1618-1626.
- [50] Diab A A Z, Sultan H M, Mohamed I S, et al. Application of different optimization algorithms for optimal sizing of PV/wind/diesel/battery storage stand-alone hybrid microgrid[J]. IEEE Access, 2019, 7: 119223-119245.
- [51] Salman U T, Al-Ismail F S, Khalid M. Optimal sizing of battery energy storage for grid-connected and isolated wind-penetrated microgrid[J]. IEEE Access, 2020, 8: 91129-91138.
- [52] Dakir S, Boukas I, Lemort V, et al. Sizing and operation of an isolated microgrid with building thermal dynamics and cold storage[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2020, 56(5): 5375-5384.

-
- [53] Liu H, Wang S, Liu G, et al. SARAP algorithm of multi-objective optimal capacity configuration for WT-PV-DE-BES stand-alone microgrid[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 126825-126838.
- [54] Wu X, Zhao W, Wang X, et al. An MILP-based planning model of a photovoltaic/diesel/battery stand-alone microgrid considering the reliability[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2021, 12(5): 3809-3818.
- [55] Khorramdel H, Aghaei J, Khorramdel B, et al. Optimal battery sizing in microgrids using probabilistic unit commitment[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2016, 12(2): 834-843.
- [56] Liu P, Cai Z, Xie P, et al. A decomposition-coordination planning method for flexible generation resources in isolated microgrids[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 76720-76730.
- [57] Cen B, Cai Z, Liu P, et al. Penalty adjustment-based sizing method for flexible resources in isolated microgrids[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 228619-228627.
- [58] Alharbi H, Bhattacharya K. Stochastic optimal planning of battery energy storage systems for isolated microgrids[J]. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2018, 9(1): 211-227.
- [59] Ma G, Cai Z, Xie P, et al. A bi-level capacity optimization of an isolated microgrid with load demand management considering load and renewable generation uncertainties[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 83074-83087.
- [60] Wei W, Wang J. Modeling and optimization of interdependent energy infrastructures[M]. Cham, Switzerland: Springer, 2020.
- [61] Bignucolo F, Raciti A, Caldon R. Coordinating active and reactive energy balances in islanded networks supported by renewables and BESS[C]//3rd Renewable Power Generation Conference (RPG 2014). Naples, Italy, 2014.
- [62] Pezic M, Cedrés V M. Unit commitment in fully renewable, hydro-wind energy systems[C]//2013 10th International Conference on the European Energy Market (EEM). Stockholm, Sweden, 2013.
- [63] Ratnam K S, Palanisamy K, Yang G. Future low-inertia power systems: Requirements, issues, and solutions - a review[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2020, 124: 109773.
- [64] Mao M, Qian C, Ding Y. Decentralized coordination power control for islanding microgrid based on PV/BES-VSG[J]. *CPSS Transactions on Power Electronics and Applications*, 2018, 3(1): 14-24.
- [65] Liu J, Miura Y, Bevrani H, et al. Enhanced virtual synchronous generator control for parallel inverters in microgrids[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2017, 8(5): 2268-2277.
- [66] Vidyandandan K V, Senroy N. Primary frequency regulation by deloaded wind turbines using variable droop[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2013, 28(2): 837-846.
- [67] Saxena P, Singh N, Pandey A K. Self-regulated solar PV systems: Replacing battery via virtual inertia reserve[J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2021, 36(3): 2185-2194.
- [68] Bludszuweit H, Dominguez-Navarro J A. A probabilistic method for energy storage sizing based on wind power forecast uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2011, 26(3): 1651-1658.

- [69] 孙玉树,唐西胜,孙晓哲,等. 风电波动平抑的储能容量配置方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(S1): 88-97.
- [70] 吴玮坪,胡泽春,宋永华. 结合随机规划和序贯蒙特卡洛模拟的风电场储能优化配置方法[J]. 电网技术, 2018, 42(4): 1055-1062.
- [71] 吴杰,丁明,张晶晶. 基于云模型和 k-means 聚类的风电场储能容量优化配置方法[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(24): 67-73.
- [72] 曹敏健. 多运行场景下储能优化配置方法及实现策略[D]. 南京: 东南大学, 2019.
- [73] 蔡霖霖. 考虑间歇式能源容量价值的储能规划关键技术研究[D]. 南京: 东南大学, 2019.
- [74] Wang C, Teng Q, Liu X, et al. Optimal sizing of energy storage considering the spatial-temporal correlation of wind power forecast errors[J]. IET Renewable Power Generation, 2019, 13(4): 530-538.
- [75] 甘伟,郭剑波,艾小猛,等. 应用于风电场出力平滑的多尺度多指标储能配置[J]. 电力系统自动化, 2019, 43(9): 92-98.
- [76] 刘威鹏,刘玉田. 基于非对称 Copula 函数的风电场黑启动储能优化配置[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(19): 47-54.
- [77] Wan C, Qian W, Zhao C, et al. Probabilistic forecasting based sizing and control of hybrid energy storage for wind power smoothing[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2021, 12(4): 1841-1852.
- [78] Saez-de Ibarra A, Milo A, Gaztañaga H, et al. Co-optimization of storage system sizing and control strategy for intelligent photovoltaic power plants market integration[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2016, 7(4): 1749-1761.
- [79] Yang Y, Ye Q, Tung L J, et al. Integrated size and energy management design of battery storage to enhance grid integration of large-scale PV power plants[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(1): 394-402.
- [80] 张江林,高红均,王家怡,等. 计及预测精度及拓扑结构的光伏电站储能经济配置[J]. 电力自动化设备, 2019, 39(6): 115-121.
- [81] 徐岩,何宸,付超,等. 多种调度模式下的光储电站经济性最优储能容量配置分析[J]. 太阳能学报, 2019, 40(6): 1632-1640.
- [82] Ma W, Wang W, Wu X, et al. Optimal allocation of hybrid energy storage systems for smoothing photovoltaic power fluctuations considering the active power curtailment of photovoltaic[J]. IEEE Access, 2019, 7: 74787-74799.
- [83] Unahalekhaka P, Sripakarach P. Reduction of reverse power flow using the appropriate size and installation position of a BESS for a PV power plant[J]. IEEE Access, 2020, 8: 102897-102906.
- [84] 张德隆, Saif M, 蒋思宇, 等. 基于概率潮流的光伏电站中储能系统的优化配置方法[J]. 储能科学与技术, 2021, 10(6): 2244-2251.
- [85] Zhang S, Xiang Y, Liu J, et al. A regulating capacity determination method for pumped storage hydropower to restrain PV generation fluctuations[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2022, 8(1): 304-316.
- [86] NS energy. Bhadla solar park, Rajasthan[EB/OL]. 2018[2021-11-25]. <https://www.nsenergybusiness.com/projects/bhadla-solar-park-rajasthan/>.

- [87] Bellini E. World's largest solar plant goes online in China - 2.2GW[EB/OL]. (2020-10-02) [2021-11-25]. <https://pv-magazine-usa.com/2020/10/02/worlds-largest-solar-plant-goes-online-in-china/>.
- [88] Fairley P. China's potent wind potential[EB/OL]. (2009-09-14)[2021-11-25]. <https://www.technologyreview.com/2009/09/14/209991/chinas-potent-wind-potential/>.
- [89] Nathan S. The big project: London Array[EB/OL]. (2012-06-25)[2021-11-25]. <https://www.theengineer.co.uk/the-big-project-london-array/>.
- [90] 李海波, 鲁宗相, 乔颖. 源荷储一体化的广义灵活电源双层统筹规划[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(21): 46-54+104.
- [91] Shi Z, Wang W, Huang Y, et al. Simultaneous optimization of renewable energy and energy storage capacity with the hierarchical control[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2022, 8(1): 95-104.
- [92] Zhou Y, Zhai Q, Yuan W, et al. Capacity expansion planning for wind power and energy storage considering hourly robust transmission constrained unit commitment[J]. Applied Energy, 2021, 302: 117570.
- [93] Nasrolahpour E, Kazempour S J, Zareipour H, et al. Strategic sizing of energy storage facilities in electricity markets[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2016, 7(4): 1462-1472.
- [94] Javadi M S, Gough M, Mansouri S A, et al. A two-stage joint operation and planning model for sizing and siting of electrical energy storage devices considering demand response programs[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 138: 107912.
- [95] Xu B, Wang Y, Dvorkin Y, et al. Scalable planning for energy storage in energy and reserve markets[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(6): 4515-4527.
- [96] Sohrabi F, Vahid-Pakdel M, Mohammadi-Ivatloo B, et al. Strategic planning of power to gas energy storage facilities in electricity market[J]. Sustainable Energy Technologies and Assessments, 2021, 46: 101238.
- [97] Saber H, Moeini-Aghaie M, Ehsan M, et al. A scenario-based planning framework for energy storage systems with the main goal of mitigating wind curtailment issue[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2019, 104: 414-422.
- [98] Wu Y, Zhang T, Zhong K, et al. Optimal planning of energy storage technologies considering thirteen demand scenarios from the perspective of electricity grid: A three-stage framework[J]. Energy Conversion and Management, 2021, 229: 113789.
- [99] Hemmati R, Saboori H, Jirdehi M A. Stochastic planning and scheduling of energy storage systems for congestion management in electric power systems including renewable energy resources[J]. Energy, 2017, 133: 380-387.
- [100] Xia S, Chan K, Luo X, et al. Optimal sizing of energy storage system and its cost-benefit analysis for power grid planning with intermittent wind generation[J]. Renewable Energy, 2018, 122: 472-486.
- [101] 杨立滨, 曹阳, 魏鞞, 等. 计及风电不确定性和弃风率约束的风电场储能容量配置方法[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(16): 45-52.

- [102] Le J, Liao X, Zhang L, et al. Distributionally robust chance constrained planning model for energy storage plants based on Kullback - Leibler divergence[J]. *Energy Reports*, 2021, 7: 5203-5213.
- [103] Nemati H, Latify M A, Yousefi G R. Tri-level coordinated transmission and electrical energy storage systems expansion planning under physical intentional attacks[J]. *Journal of Energy Storage*, 2021, 42: 103095.
- [104] 郭铭群, 赵鹏飞, 孙珂, 等. N-K 重故障下输储协同规划模型及算法[J]. *电网技术*, 2020, 44(11): 4218-4226.
- [105] Kazemi M, Ansari M R. An integrated transmission expansion planning and battery storage systems placement - a security and reliability perspective[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2022, 134: 107329.
- [106] 郑静, 文福拴, 李力, 等. 计及风电场和储能系统联合运行的输电系统扩展规划[J]. *电力系统自动化*, 2013, 37(1): 135-142.
- [107] Gonzalez-Romero I C, Wogrin S, Gomez T. Transmission and storage expansion planning under imperfect market competition: Social planner versus merchant investor[J]. *Energy Economics*, 2021, 103: 105591.
- [108] Bustos C, Sauma E, de la Torre S, et al. Energy storage and transmission expansion planning: Substitutes or complements?[J]. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2018, 12(8): 1738-1746.
- [109] 黄英, 刘宝柱, 王坤宇, 等. 考虑风电接纳能力的储输联合规划[J]. *电网技术*, 2018, 42(5): 1480-1489.
- [110] Dvorkin Y, Fernández-Blanco R, Wang Y, et al. Co-planning of investments in transmission and merchant energy storage[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2018, 33(1): 245-256.
- [111] Gan W, Ai X, Fang J, et al. Security constrained co-planning of transmission expansion and energy storage[J]. *Applied Energy*, 2019, 239: 383-394.
- [112] Dehghan S, Amjady N. Robust transmission and energy storage expansion planning in wind farm-integrated power systems considering transmission switching[J]. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2016, 7(2): 765-774.
- [113] Nikoobakht A, Aghaei J. Integrated transmission and storage systems investment planning hosting wind power generation: Continuous-time hybrid stochastic/robust optimisation[J]. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2019, 13(21): 4870-4879.
- [114] Wang S, Geng G, Jiang Q. Robust co-planning of energy storage and transmission line with mixed integer recourse[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2019, 34(6): 4728-4738.
- [115] 杨修宇, 穆钢, 柴国峰, 等. 考虑灵活性供需平衡的源-储-网一体化规划方法[J]. *电网技术*, 2020, 44(9): 3238-3246.
- [116] 李昀昊, 王建学, 曹晓宇, 等. 面向风电场-储能-输电网联合规划的机会约束 IGDT 模型[J]. *电网技术*, 2019, 43(10): 3715-3724.
- [117] Moradi-Sepahvand M, Amraee T. Integrated expansion planning of electric energy generation, transmission, and storage for handling high shares of wind and solar power generation[J]. *Applied Energy*, 2021, 298: 117137.

-
- [118] Larsen M, Sauma E. Economic and emission impacts of energy storage systems on power-system long-term expansion planning when considering multi-stage decision processes[J]. *Journal of Energy Storage*, 2021, 33: 101883.
- [119] Zhang C, Cheng H, Liu L, et al. Coordination planning of wind farm, energy storage and transmission network with high-penetration renewable energy[J]. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2020, 120: 105944.
- [120] Wu X, Jiang Y. Source-network-storage joint planning considering energy storage systems and wind power integration[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 137330-137343.
- [121] Hamidpour H, Aghaei J, Pirouzi S, et al. Flexible, reliable, and renewable power system resource expansion planning considering energy storage systems and demand response programs [J]. *IET Renewable Power Generation*, 2019, 13(11): 1862-1872.
- [122] Hamidpour H, Aghaei J, Pirouzi S, et al. Coordinated expansion planning problem considering wind farms, energy storage systems and demand response[J]. *Energy*, 2022, 239: 122321.
- [123] Esfahani P M, Kuhn D. Data-driven distributionally robust optimization using the Wasserstein metric: Performance guarantees and tractable reformulations[J]. *Mathematical Programming*, 2018, 171: 116-166.
- [124] Goh J, Sim M. Distributionally robust optimization and its tractable approximations[J]. *Operations Research*, 2010, 58(4): 902-917.
- [125] Wiesemann W, Kuhn D, Sim M. Distributionally robust convex optimization[J]. *Operations Research*, 2014, 62(6): 1358-1376.
- [126] Delage E, Ye Y. Distributionally robust optimization under moment uncertainty with application to data-driven problems[J]. *Operations Research*, 2010, 58(3): 595-612.
- [127] Jiang R, Guan Y. Data-driven chance constrained stochastic program[J]. *Mathematical Programming*, 2016, 158: 291-327.
- [128] Zymler S, Kuhn D, Rustem B. Distributionally robust joint chance constraints with second-order moment information[J]. *Mathematical Programming*, 2013, 137: 167-198.
- [129] Kullback S, Leibler R A. On information and sufficiency[J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 1951, 22(1): 79-86.
- [130] Cao Y, Wei W, Wang C, et al. Probabilistic estimation of wind power ramp events: A data-driven optimization approach[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 23261-23269.
- [131] Hanasusanto G A, Kuhn D. Conic programming reformulations of two-stage distributionally robust linear programs over Wasserstein balls[J]. *Operations Research*, 2018, 66(3): 849-869.
- [132] Zhao C, Guan Y. Data-driven risk-averse stochastic optimization with Wasserstein metric[J]. *Operations Research Letters*, 2018, 46(2): 262-267.
- [133] Gao R, Kleywegt A J. Distributionally robust stochastic optimization with Wasserstein distance [EB/OL]. (2016-07-16)[2022-01-27]. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2016/04/5396.html.
- [134] Duque D, Morton D P. Distributionally robust stochastic dual dynamic programming[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2020, 30(4): 2841-2865.

- [135] Xie W. Tractable reformulations of two-stage distributionally robust linear programs over the type- ∞ Wasserstein ball[J]. *Operations Research Letters*, 2020, 48(4): 513-523.
- [136] Kim K. Dual decomposition of two-stage distributionally robust mixed-integer programming under the Wasserstein ambiguity set[EB/OL]. (2020-10-30)[2022-01-27]. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2020/04/7723.html.
- [137] Dür M. Copositive programming – a survey[C]//Diehl M, Glineur F, Jarlebring E, et al. *Recent Advances in Optimization and its Applications in Engineering*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010: 3-20.
- [138] Nguyen B T, Khanh P D. Lipschitz continuity of convex functions[J]. *Applied Mathematics & Optimization*, 2021, 84: 1623-1640.
- [139] 周任军, 闵雄帮, 童小娇, 等. 电力环保经济调度矩不确定分布鲁棒优化方法[J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(13): 3248-3256.
- [140] Poolla B K, Hota A R, Bolognani S, et al. Wasserstein distributionally robust look-ahead economic dispatch[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, 36(3): 2010-2022.
- [141] 徐超然, 徐潇源, 严正, 等. 考虑风电统计特性挖掘的分布鲁棒优化调度方法[J]. *电力系统自动化*, 2022, 46(2): 33-42.
- [142] 周安平, 杨明, 翟鹤峰, 等. 计及风电功率矩不确定性的分布鲁棒实时调度方法[J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(20): 5937-5946.
- [143] Guo Y, Baker K, Dall'Anese E, et al. Data-based distributionally robust stochastic optimal power flow—part i: Methodologies[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2019, 34(2): 1483-1492.
- [144] 竺如洁, 韦化, 白晓清. 多源动态最优潮流的分布鲁棒优化方法[J]. *中国电机工程学报*, 2020, 40(11): 3489-3498.
- [145] Yang L, Xu Y, Gu W, et al. Distributionally robust chance-constrained optimal power-gas flow under bidirectional interactions considering uncertain wind power[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2021, 12(2): 1722-1735.
- [146] Wei W, Liu F, Mei S. Distributionally robust co-optimization of energy and reserve dispatch[J]. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 2016, 7(1): 289-300.
- [147] 马洪艳, 贡靖洋, 严正. 基于分布鲁棒优化的灵活爬坡备用调度方法[J]. *中国电机工程学报*, 2020, 40(19): 6121-6132.
- [148] 施云辉, 王櫓裕, 陈玮, 等. 基于风电预测误差聚类的分布鲁棒含储能机组组合[J]. *电力系统自动化*, 2019, 43(22): 3-12+121.
- [149] 张玉敏, 韩学山, 杨明, 等. 基于狄利克雷模型的分布鲁棒机组组合[J]. *中国电机工程学报*, 2019, 39(17): 5074-5084+5288.
- [150] 葛晓琳, 刘亚, 符杨, 等. 考虑惯量支撑及频率调节全过程的分布鲁棒机组组合[J]. *中国电机工程学报*, 2021, 41(12): 4043-4058.
- [151] 吉兴全, 郝晴, 张玉敏, 等. 分布不确定性条件下的 N-k 分布鲁棒优化机组组合[J]. *电力系统自动化*, 2022, 46(2): 56-64.
- [152] 税月, 刘俊勇, 高红均, 等. 考虑风电不确定性的电热综合系统分布鲁棒协调优化调度模型[J]. *中国电机工程学报*, 2018, 38(24): 7235-7247+7450.

- [153] Zhou Y, Wei Z, Shahidehpour M, et al. Distributionally robust resilient operation of integrated energy systems using moment and Wasserstein metric for contingencies[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(4): 3574-3584.
- [154] 张亚超, 郑峰, 乐健, 等. 考虑风电高阶不确定性的电气综合系统分布鲁棒协同优化调度[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(24): 8012-8026+8238.
- [155] 张亚超, 黄张浩, 郑峰, 等. 基于风电出力模糊集的电-气耦合系统分布鲁棒优化调度[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(4): 44-53.
- [156] 阮贺彬, 高红均, 刘俊勇, 等. 考虑 DG 无功支撑和开关重构的主动配电网分布鲁棒无功优化模型[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(3): 685-695+948.
- [157] 高海淑, 张玉敏, 吉兴全, 等. 基于场景聚类的主动配电网分布鲁棒综合优化[J]. 电力系统自动化, 2020, 44(21): 32-41.
- [158] Zare A, Chung C Y, Zhan J, et al. A distributionally robust chance-constrained MILP model for multistage distribution system planning with uncertain renewables and loads[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(5): 5248-5262.
- [159] 张亚超, 易杨, 胡志鹏, 等. 基于分布鲁棒优化的电-气综合能源系统弹性提升策略[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(13): 76-84.
- [160] Zhou B, Chen G, Huang T, et al. Planning PEV fast-charging stations using data-driven distributionally robust optimization approach based on ϕ -divergence[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2020, 6(1): 170-180.
- [161] Alismail F, Xiong P, Singh C. Optimal wind farm allocation in multi-area power systems using distributionally robust optimization approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(1): 536-544.
- [162] Pourahmadi F, Kazempour J, Ordoudis C, et al. Distributionally robust chance-constrained generation expansion planning[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(4): 2888-2903.
- [163] Pourahmadi F, Kazempour J. Distributionally robust generation expansion planning with unimodality and risk constraints[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 36(5): 4281-4295.
- [164] Velloso A, Pozo D, Street A. Distributionally robust transmission expansion planning: A multi-scale uncertainty approach[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 35(5): 3353-3365.
- [165] 陈保瑞, 刘天琪, 何川, 等. 考虑需求响应的源网荷协调分布鲁棒长期扩展规划[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(20): 6886-6900.
- [166] Kantorovich L V. Mathematical methods of organizing and planning production[J]. Management Science, 1960, 6(4): 363-505.
- [167] Zhao C, Guan Y. Data-driven risk-averse two-stage stochastic program with ζ -structure probability metrics[EB/OL]. (2015-07-19)[2022-01-27]. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2015/07/5014.html.
- [168] Rockafellar R T, Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk[J]. Journal of Risk, 2000, 2(3): 21-42.

-
- [169] Guo S, Xu H. Distributionally robust shortfall risk optimization model and its approximation [J]. *Mathematical Programming*, 2019, 174: 473-498.
- [170] Postek K, den Hertog D, Melenberg B. Computationally tractable counterparts of distributionally robust constraints on risk measures[J]. *SIAM Review*, 2016, 58(4): 603-650.
- [171] Nemirovski A, Shapiro A. Convex approximations of chance constrained programs[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2006, 17(4): 969-996.
- [172] Shapiro A, Kleywegt A. Minimax analysis of stochastic problems[J]. *Optimization Methods and Software*, 2002, 17(3): 523-542.
- [173] Gal T, Nedoma J. Multiparametric linear programming[J]. *Management Science*, 1972, 18(7): 406-422.
- [174] Boyd S, Vandenberghe L. *Convex optimization*[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004.
- [175] Miettinen K. *Nonlinear multiobjective optimization*[M]. Boston, USA: Springer, 1999.
- [176] Sengupta M, Xie Y, Lopez A, et al. The national solar radiation data base (NSRDB)[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018, 89: 51-60.
- [177] Xie R. GitHub - xieruijx/PhDthesis[EB/OL]. 2022[2022-05-16]. <https://github.com/xieruijx/PhDthesis>.
- [178] Chen Y, Wei W, Wang C, et al. Storage and transmission capacity requirements of a remote solar power generation system[J/OL]. *IEEE Systems Journal*, 2021: 1-4. DOI: 10.1109/JSYST.2021.3121682.
- [179] Löfberg J. YALMIP : A toolbox for modeling and optimization in MATLAB[C]//*Proceedings of the IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design*. Taipei, China, 2004: 284-289.
- [180] Gurobi Optimization, LLC. Gurobi optimizer reference manual[EB/OL]. 2021[2021-12-03]. <https://www.gurobi.com>.
- [181] Castro R, Ferreira L. A comparison between chronological and probabilistic methods to estimate wind power capacity credit[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001, 16(4): 904-909.
- [182] MathWorks. Direct search - MATLAB & Simulink - MathWorks[EB/OL]. 2021[2021-12-03]. <https://www.mathworks.com/help/gads/direct-search.html>.
- [183] Love D, Bayraksan G. Phi-divergence constrained ambiguous stochastic programs for data-driven optimization[EB/OL]. (2016-03-02)[2022-02-03]. http://www.optimization-online.org/DB_HTML/2016/03/5350.html.
- [184] Yang L. Ensure energy stability while adjusting the mix[N/OL]. *China Daily*, 2021-10-08[2021-11-27]. <https://www.chinadaily.com.cn/a/202110/08/WS615f7e12a310cdd39bc6d5fc.html>.
- [185] Gonzalez-Gonzalez J M, Martin S, Lopez P, et al. Hybrid battery-ultracapacitor storage system sizing for renewable energy network integration[J]. *IET Renewable Power Generation*, 2020, 14(13): 2367-2375.
- [186] Tang Z, Liu J, Liu Y, et al. Risk awareness enabled sizing approach for hybrid energy storage system in distribution network[J]. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 2019, 13(17): 3814-3822.

- [187] Sheibani M R, Yousefi G R, Latify M A, et al. Energy storage system expansion planning in power systems: a review[J]. *IET Renewable Power Generation*, 2018, 12(11): 1203-1221.
- [188] Shen Z, Wei W, Wu D, et al. Modeling arbitrage of an energy storage unit without binary variables[J]. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*, 2021, 7(1): 156-161.
- [189] Chen Y, Wei W, Wang C, et al. Storage and transmission capacity requirements of a remote solar power generation system[J/OL]. *IEEE Systems Journal*, 2021. <https://ieeexplore.ieee.org/document/9609644>. DOI: 10.1109/JSYST.2021.3121682.
- [190] Konno H. A cutting plane algorithm for solving bilinear programs[J]. *Mathematical Programming*, 1976, 11: 14-27.
- [191] Weng Y, Cai W, Wang C. Evaluating the use of BECCS and afforestation under China's carbon-neutral target for 2060[J]. *Applied Energy*, 2021, 299: 117263.
- [192] Chaube A, Chapman A, Minami A, et al. The role of current and emerging technologies in meeting Japan's mid- to long-term carbon reduction goals[J]. *Applied Energy*, 2021, 304: 117669.
- [193] Dong W, Chen X, Yang Q. Data-driven scenario generation of renewable energy production based on controllable generative adversarial networks with interpretability[J]. *Applied Energy*, 2022, 308: 118387.
- [194] Zimmerman R D, Murillo-Sánchez C E, Thomas R J. MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2011, 26(1): 12-19.
- [195] 汪峰, 白晓民. 基于最优潮流方法的传输容量计算研究[J]. *中国电机工程学报*, 2002, 22(11): 35-40.
- [196] Kang C, Zhou T, Chen Q, et al. Carbon emission flow from generation to demand: A network-based model[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2015, 6(5): 2386-2394.
- [197] 方敬韬. 国网公司清单计价模式下输电线路工程造价管理研究[D]. 北京: 华北电力大学, 2015.
- [198] Li C, Grossmann I E. A review of stochastic programming methods for optimization of process systems under uncertainty[J]. *Frontiers in Chemical Engineering*, 2021, 2.
- [199] Fan Z, Yang Z, Yu J, et al. Minimize linearization error of power flow model based on optimal selection of variable space[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, 36(2): 1130-1140.

附录 A 第 3 章命题证明

A.1 命题 3.1 证明

证明：对给定的 $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ 和 $\xi \in \Xi$ ，因为 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 由 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 松弛约束式 (3.8) 得到，所以 $g_l(\mathbf{x}, \xi) \leq g(\mathbf{x}, \xi)$ 成立。只需再证明 $g_l(\mathbf{x}, \xi) \geq g(\mathbf{x}, \xi)$ 。根据式 (3.2)， $p_t^l \geq 0$ ，所以 $0 \leq g_l(\mathbf{x}, \xi) \leq g(\mathbf{x}, \xi)$ 。若 $g_l(\mathbf{x}, \xi) = +\infty$ ，则 $g(\mathbf{x}, \xi) = g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。因此只需考虑 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 有限的情况。从式 (3.12) 的最优解 $(\hat{p}_t^{gl}, \hat{p}_t^{gs}, \hat{p}_t^{sl}, \hat{p}_t^c, \hat{p}_t^l, \hat{e}_t; t \in S_T)$ 出发，即将构造式 (3.1) - 式 (3.8) 的可行解并使其目标函数值等于 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。

如果 $(\hat{p}_t^{gl}, \hat{p}_t^{gs}, \hat{p}_t^{sl}, \hat{p}_t^c, \hat{p}_t^l, \hat{e}_t; t \in S_T)$ 在式 (3.1) - 式 (3.8) 中不可行，那么只有式 (3.8) 不成立。假设对某个 t_0 ， $\hat{p}_{t_0}^{gs} \hat{p}_{t_0}^{sl} \neq 0$ ，则 $\hat{p}_{t_0}^{gs} > 0$ 且 $\hat{p}_{t_0}^{sl} > 0$ 。考虑以下解：

$$\begin{aligned} (\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t) &= (\hat{p}_t^{gl}, \hat{p}_t^{gs}, \hat{p}_t^{sl}, \hat{p}_t^c, \hat{p}_t^l, \hat{e}_t), \quad \forall t \neq t_0 \\ \tilde{p}_{t_0}^{gl} &= \hat{p}_{t_0}^{gl} + \eta_c \eta_d \varepsilon, \quad \tilde{p}_{t_0}^{gs} = \hat{p}_{t_0}^{gs} - \varepsilon, \quad \tilde{p}_{t_0}^{sl} = \hat{p}_{t_0}^{sl} - \eta_c \eta_d \varepsilon \\ \tilde{p}_{t_0}^c &= \hat{p}_{t_0}^c + (1 - \eta_c \eta_d) \varepsilon, \quad \tilde{p}_{t_0}^l = \hat{p}_{t_0}^l, \quad \tilde{e}_{t_0} = \hat{e}_{t_0} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

其中 $\varepsilon > 0$ 。因为目标函数只与 p_t^l 有关，所以 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 处的目标函数值等于 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。

检查 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 是否满足式 (3.2) - 式 (3.8)。如果 $\varepsilon \leq \min\{\hat{p}_{t_0}^{gs}, \hat{p}_{t_0}^{sl}/(\eta_c \eta_d)\}$ ，则式 (3.2) 成立。由构造过程知式 (3.3) 和式 (3.4) 也成立。因为 $\eta_c \tilde{p}_t^{gs} - \tilde{p}_t^{sl}/\eta_d = \eta_c \hat{p}_t^{gs} - \hat{p}_t^{sl}/\eta_d$ ， $\forall t \in S_T$ ，所以满足式 (3.5)。注意到 $\tilde{e}_t = \hat{e}_t$ ， $\tilde{p}_t^{gs} \leq \hat{p}_t^{gs}$ ， $\tilde{p}_t^{sl} \leq \hat{p}_t^{sl}$ ， $\forall t \in S_T$ ，所以式 (3.6) 和式 (3.7) 成立。由此，只要令 $\varepsilon = \min\{\hat{p}_{t_0}^{gs}, \hat{p}_{t_0}^{sl}/(\eta_c \eta_d)\}$ ，就能使构造的解仍然满足式 (3.2) - 式 (3.7)，而且 $\tilde{p}_{t_0}^{gs} \tilde{p}_{t_0}^{sl} = 0$ ，因此在时间段 t_0 储能不同时充放电。

对每个时间段重复上述步骤，直至所有时间段都满足式 (3.8)，这时就得到式 (3.1) - 式 (3.8) 的一个可行解，并且该处的目标函数值等于 $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。因为 $g(\mathbf{x}, \xi)$ 不大于任何可行解处的目标函数值，所以 $g_l(\mathbf{x}, \xi) \geq g(\mathbf{x}, \xi)$ 。

综上所述， $g(\mathbf{x}, \xi) = g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 成立。 ■

A.2 命题 3.2 证明

证明：对给定的 $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ 和 $\xi \in \Xi$ ，首先给出式 (3.12) 的一个可行解。令

$$\tilde{p}_t^{gl} = \tilde{p}_t^{gs} = \tilde{p}_t^{sl} = 0, \quad \tilde{p}_t^c = \xi_t^g x_g, \quad \tilde{p}_t^l = \xi_t^c, \quad \tilde{e}_t = e_0, \quad \forall t \in S_T \quad (\text{A.2})$$

即储能不充不放，新能源发电全部舍弃，并且不为任何负荷供电。容易验证这个解 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 满足式 (3.2) - 式 (3.8)，因此是可行解。从而 $g_l(\mathbf{x}, \xi) \leq \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^l \Delta_t = \sum_{t \in S_T} \xi_t^c \Delta_t$ 。另一方面，对任意可行解，式 (3.2) 使得目标函数 $\sum_{t \in S_T} p_t^l \Delta_t \geq 0$ ，因此 $g_l(\mathbf{x}, \xi) \geq 0$ 。综上所述， $g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 有限。 ■

A.3 命题 3.3 证明

证明： 设

$$\begin{aligned} \xi^{(2T)} &:= \xi = (\xi_1^c, \xi_2^c, \dots, \xi_T^c, \xi_1^g, \dots, \xi_T^g) \\ \xi^{(0)} &:= \xi' = (\xi_1^c + v_1^c, \xi_2^c + v_2^c, \dots, \xi_T^c + v_T^c, \xi_1^g + v_1^g, \dots, \xi_T^g + v_T^g) \\ \xi^{(i)} &:= (\xi_1^c, \dots, \xi_{i-1}^c, \xi_i^c + v_i^c, \dots, \xi_T^c + v_T^c, \xi_1^g + v_1^g, \dots, \xi_T^g + v_T^g), \quad 1 \leq i \leq T \\ \xi^{(i)} &:= (\xi_1^c, \dots, \xi_T^c, \xi_1^g, \dots, \xi_{i-T-1}^g, \xi_{i-T}^g + v_{i-T}^g, \dots, \xi_T^g + v_T^g), \quad T+1 \leq i \leq 2T \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

只要 $|g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})| \leq L(\mathbf{x}) \|\xi^{(i)} - \xi^{(i+1)}\|_1$ 对 $i = 0, 1, \dots, 2T-1$ 成立，那么所需结论得证，因为

$$\begin{aligned} |g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi')| &= \left| \sum_{i=0}^{2T-1} (g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})) \right| \\ &\leq \sum_{i=0}^{2T-1} |g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})| \\ &\leq \sum_{i=0}^{2T-1} L(\mathbf{x}) \|\xi^{(i)} - \xi^{(i+1)}\|_1 \\ &= L(\mathbf{x}) \|\xi - \xi'\|_1 \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

事实上， $|g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g_l(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})| \leq L(\mathbf{x}) \|\xi^{(i)} - \xi^{(i+1)}\|_1$ 是以下两个结论的直接推论：对任意 $t_0 \in S_T$ 和 $\varepsilon > 0$ ，

$$\begin{aligned} |g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi')| &\leq \Delta_t \varepsilon, \quad \text{其中 } \xi, \xi' \in \Xi \\ \xi &= (\xi_1^c, \xi_2^c, \dots, \xi_T^c, \xi_1^g, \xi_2^g, \dots, \xi_T^g) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\xi' = (\xi_1^c, \xi_2^c, \dots, \xi_{t_0-1}^c, \xi_{t_0}^c - \varepsilon, \xi_{t_0+1}^c, \dots, \xi_T^c, \xi_1^g, \xi_2^g, \dots, \xi_T^g)$$

$$\begin{aligned} |g_l(\mathbf{x}, \xi) - g_l(\mathbf{x}, \xi')| &\leq x_g \Delta_t \varepsilon, \quad \text{其中 } \xi, \xi' \in \Xi \\ \xi &= (\xi_1^c, \xi_2^c, \dots, \xi_T^c, \xi_1^g, \xi_2^g, \dots, \xi_T^g) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\xi' = (\xi_1^c, \xi_2^c, \dots, \xi_T^c, \xi_1^g, \xi_2^g, \dots, \xi_{t_0-1}^g, \xi_{t_0}^g - \varepsilon, \xi_{t_0+1}^g, \dots, \xi_T^g)$$

1) 证明式 (A.5)。

设 $(\hat{p}_t^{gl}, \hat{p}_t^{gs}, \hat{p}_t^{sl}, \hat{p}_t^c, \hat{p}_t^l, \hat{e}_t; t \in S_T)$ 为式 (3.12) 的对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个最优解。令

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^{gl} &= \hat{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs} = \hat{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl} = \hat{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c = \hat{p}_t^c, \tilde{e}_t = \hat{e}_t, \forall t \in S_T \\ \tilde{p}_{t_0}^l &= \hat{p}_{t_0}^l + \varepsilon, \tilde{p}_t^l = \hat{p}_t^l, \forall t \neq t_0 \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

则 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 是对应 (\mathbf{x}, ξ) 的一个可行解，它的目标函数值满足

$$g_l(\mathbf{x}, \xi') + \Delta_t \varepsilon = \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^l \Delta_t + \Delta_t \varepsilon = \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^l \Delta_t \geq g_l(\mathbf{x}, \xi) \quad (\text{A.8})$$

接着证明 $g_l(\mathbf{x}, \xi') \leq g_l(\mathbf{x}, \xi)$ ，就得到式 (A.5) 成立。为此，只需考虑 $\varepsilon > 0$ 足够小的情况。设 $(\check{p}_t^{gl}, \check{p}_t^{gs}, \check{p}_t^{sl}, \check{p}_t^c, \check{p}_t^l, \check{e}_t; t \in S_T)$ 为式 (3.12) 对应 (\mathbf{x}, ξ) 的一个最优解。根据命题 3.1，可进一步假设满足式 (3.8)。注意到 $\check{p}_{t_0}^{gl} + \check{p}_{t_0}^{sl} + \check{p}_{t_0}^l = \xi_{t_0}^c > 0$ ，所以共有三种可能情况：

情况 1：若 $\check{p}_{t_0}^l > 0$ ，令

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^{gl} &= \check{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs} = \check{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl} = \check{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \tilde{e}_t = \check{e}_t, \forall t \in S_T \\ \tilde{p}_{t_0}^l &= \check{p}_{t_0}^l - \varepsilon, \tilde{p}_t^l = \check{p}_t^l, \forall t \neq t_0 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

因为 ε 足够小， $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 是对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解，并且它的目标函数满足

$$g_l(\mathbf{x}, \xi') \leq \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^l \Delta_t = \sum_{t \in S_T} \check{p}_t^l \Delta_t - \Delta_t \varepsilon = g_l(\mathbf{x}, \xi) - \Delta_t \varepsilon \leq g_l(\mathbf{x}, \xi) \quad (\text{A.10})$$

情况 2：若 $\check{p}_{t_0}^l = 0$ 且 $\check{p}_{t_0}^{gl} > 0$ ，令

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^{gs} &= \check{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl} = \check{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^l = \check{p}_t^l, \tilde{e}_t = \check{e}_t, \forall t \in S_T \\ \tilde{p}_{t_0}^{gl} &= \check{p}_{t_0}^{gl} - \varepsilon, \tilde{p}_{t_0}^c = \check{p}_{t_0}^c + \varepsilon, \tilde{p}_t^{gl} = \check{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \forall t \neq t_0 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

则 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 是对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解并且满足

$$g_l(\mathbf{x}, \xi') \leq \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^l \Delta_t = \sum_{t \in S_T} \check{p}_t^l \Delta_t = g_l(\mathbf{x}, \xi) \quad (\text{A.12})$$

情况 3：若 $\check{p}_{t_0}^l = \check{p}_{t_0}^{gl} = 0$ 并且 $\check{p}_{t_0}^{sl} > 0$ ，令

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^{gl} &= \check{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^l = \check{p}_t^l, \forall t \in S_T \\ \tilde{p}_{t_0}^{sl} &= \check{p}_{t_0}^{sl} - \varepsilon, \tilde{p}_t^{sl} = \check{p}_t^{sl}, \forall t \neq t_0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

有以下两种可能情形：

第一种情形：若存在 $t_1 > t_0$ 使得 $\check{p}_{t_1}^{gs} > 0$ ，选取 t_1 使得满足 $\check{e}_{t_1} \geq \check{e}_{t_2}, \forall t_2 > t_0$ 。做法是先找到储能 SoC 达到最大的时间段 $\operatorname{argmax}\{\check{e}_t \mid t > t_0\}$ ，然后在其中找到使得 $\check{p}_{t_1}^{gs} > 0$ 的 t_1 。这样的 t_1 必定存在，因为根据式 (3.5) 和式 (3.8)， $\check{e}_{t-1} < \check{e}_t$ 等

价于 $\check{p}_t^{gs} > 0$ 。令

$$\begin{aligned}\tilde{p}_{t_1}^{gs} &= \check{p}_{t_1}^{gs} - \varepsilon/(\eta_c \eta_d), \quad \tilde{p}_{t_1}^c = \check{p}_{t_1}^c + \varepsilon/(\eta_c \eta_d) \\ \tilde{p}_t^{gs} &= \check{p}_t^{gs}, \quad \tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \quad \forall t \neq t_1\end{aligned}\tag{A.14}$$

则可以通过式 (3.5) 确定 \tilde{e}_t ，并且 $\tilde{e}_0 = \check{e}_0$ 。因此， $\tilde{e}_T = \tilde{e}_0$ 而且 $\omega_l x_e \leq \min_s \{\check{e}_s\} \leq \tilde{e}_t \leq \max_s \{\check{e}_s\} \leq \omega_h x_e$ 。所以 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 是对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解，从而 $g_l(\mathbf{x}, \xi') \leq g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。

第二种情形：若对任意 $t_1 > t_0$ 有 $\check{p}_{t_1}^{gs} = 0$ ，则 $\check{e}_{t_0} \geq \check{e}_T = \check{e}_0$ 。因为 $\check{p}_{t_0}^{sl} > 0$ ， $\check{e}_{t_0-1} > \check{e}_{t_0} \geq \check{e}_0$ ，存在 $1 \leq t < t_0$ 使得 $\check{p}_t^{gs} > 0$ 。选取 $t_2 = \max\{t \mid 1 \leq t < t_0, \check{p}_t^{gs} > 0\}$ 。令

$$\begin{aligned}\tilde{p}_{t_2}^{gs} &= \check{p}_{t_2}^{gs} - \varepsilon/(\eta_c \eta_d), \quad \tilde{p}_{t_2}^c = \check{p}_{t_2}^c + \varepsilon/(\eta_c \eta_d) \\ \tilde{p}_t^{gs} &= \check{p}_t^{gs}, \quad \tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \quad \forall t \neq t_2\end{aligned}\tag{A.15}$$

可以通过式 (3.5) 确定 \tilde{e}_t 并且 $\tilde{e}_0 = \check{e}_0$ 。那么 $(\tilde{p}_t^{gl}, \tilde{p}_t^{gs}, \tilde{p}_t^{sl}, \tilde{p}_t^c, \tilde{p}_t^l, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 是对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解，从而 $g_l(\mathbf{x}, \xi') \leq g_l(\mathbf{x}, \xi)$ 。

2) 式 (A.6) 的证明与式 (A.5) 类似。 ■

附录 B 第 4 章命题证明

B.1 命题 4.1 证明

证明：回到式 (4.1) - 式 (4.8) 中定义 $f(\mathbf{x}, \xi)$ 的线性规划。首先构造一个可行解。令

$$\tilde{p}_t^{rs} = \tilde{p}_t^{rg} = \tilde{p}_t^{sg} = 0, \tilde{p}_t^c = \xi_t^g, \tilde{e}_t = e_0, \forall t \in S_T \quad (\text{B.1})$$

则容易验证 $(\tilde{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 为式 (4.1) - 式 (4.8) 的一个可行解，并且此时目标函数值为 $\sum_{t \in S_T} \xi_t^g \Delta_t$ ，所以得到了 $f(\mathbf{x}, \xi)$ 的一个上界。另一方面，对于式 (4.1) - 式 (4.8) 的可行解，根据式 (4.2) 必有目标函数值大于等于 0。综上， $f(\mathbf{x}, \xi)$ 有限，因此命题结论成立。 ■

B.2 命题 4.2 证明

证明：设

$$\begin{aligned} \xi^{(T)} &:= \xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T) \\ \xi^{(0)} &:= \xi' = (\xi_1 + \nu_1, \xi_2 + \nu_2, \dots, \xi_T + \nu_T) \\ \xi^{(i)} &:= (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{i-1}, \xi_i + \nu_i, \dots, \xi_T + \nu_T), \quad 1 \leq i \leq T \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

只要 $|g(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})| \leq L \|\xi^{(i)} - \xi^{(i+1)}\|_1$ 对 $i = 0, 1, \dots, T-1$ 成立，那么所需结论得证，因为

$$\begin{aligned} |g(\mathbf{x}, \xi) - g(\mathbf{x}, \xi')| &= \left| \sum_{i=0}^{T-1} (g(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})) \right| \\ &\leq \sum_{i=0}^{T-1} |g(\mathbf{x}, \xi^{(i)}) - g(\mathbf{x}, \xi^{(i+1)})| \\ &\leq \sum_{i=0}^{T-1} L \|\xi^{(i)} - \xi^{(i+1)}\|_1 \\ &= L \|\xi - \xi'\|_1 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

因此，只需证对任意 $t_0 \in S_T$ 和 $\varepsilon > 0$ ，有

$$\begin{aligned} |g(\mathbf{x}, \xi) - g(\mathbf{x}, \xi')| &\leq L\varepsilon, \quad \text{其中 } \xi, \xi' \in \Xi \\ \xi &= (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_T), \quad \xi' = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{t_0-1}, \xi_{t_0} - \varepsilon, \xi_{t_0+1}, \dots, \xi_T) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

为证明式 (B.4), 先分别证明以下两个不等式:

$$f(\mathbf{x}, \xi) \leq f(\mathbf{x}, \xi') + \varepsilon \Delta_t \quad (\text{B.5})$$

$$f(\mathbf{x}, \xi) \geq f(\mathbf{x}, \xi') \quad (\text{B.6})$$

1) 证明式 (B.5): 设 $(\hat{p}_t^{rs}, \hat{p}_t^{rg}, \hat{p}_t^{sg}, \hat{p}_t^c, \hat{e}_t; t \in S_T)$ 为式 (4.1) - 式 (4.8) 对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个最优解。令

$$\tilde{p}_t^{rs} = \hat{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg} = \hat{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg} = \hat{p}_t^{sg}, \tilde{e}_t = \hat{e}_t, \forall t \in S_T \quad (\text{B.7})$$

$$\tilde{p}_t^c = \hat{p}_t^c, \forall t \neq t_0, \tilde{p}_{t_0}^c = \hat{p}_{t_0}^c + \varepsilon$$

则 $(\tilde{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 为对应 (\mathbf{x}, ξ) 的一个可行解, 从而有

$$f(\mathbf{x}, \xi) \leq \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^c \Delta_t = \sum_{t \in S_T} \hat{p}_t^c \Delta_t + \varepsilon \Delta_t = f(\mathbf{x}, \xi') + \varepsilon \Delta_t \quad (\text{B.8})$$

2) 证明式 (B.6): 只需考虑 $\varepsilon > 0$ 足够小的情况。设 $(\check{p}_t^{rs}, \check{p}_t^{rg}, \check{p}_t^{sg}, \check{p}_t^c, \check{e}_t; t \in S_T)$ 为式 (4.1) - 式 (4.8) 对应 (\mathbf{x}, ξ) 的一个最优解。因为 $\check{p}_{t_0}^{rs} + \check{p}_{t_0}^{rg} + \check{p}_{t_0}^c = \xi_{t_0} > 0$, 所以分成三种可能情况:

情况 1: 若 $\check{p}_{t_0}^c > 0$, 令

$$\tilde{p}_t^{rs} = \check{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg} = \check{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg} = \check{p}_t^{sg}, \tilde{e}_t = \check{e}_t, \forall t \in S_T \quad (\text{B.9})$$

$$\tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \forall t \neq t_0, \tilde{p}_{t_0}^c = \check{p}_{t_0}^c - \varepsilon$$

则 $(\tilde{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 为对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解, 从而有

$$f(\mathbf{x}, \xi') \leq \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^c \Delta_t = \sum_{t \in S_T} \check{p}_t^c \Delta_t - \varepsilon \Delta_t = f(\mathbf{x}, \xi) - \varepsilon \Delta_t \leq f(\mathbf{x}, \xi) \quad (\text{B.10})$$

情况 2: 若 $\check{p}_{t_0}^c = 0$ 且 $\check{p}_{t_0}^{rg} > 0$, 令

$$\tilde{p}_t^{rs} = \check{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{sg} = \check{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \tilde{e}_t = \check{e}_t, t \in S_T \quad (\text{B.11})$$

$$\tilde{p}_t^{rg} = \check{p}_t^{rg}, \forall t \neq t_0, \tilde{p}_{t_0}^{rg} = \check{p}_{t_0}^{rg} - \varepsilon$$

则 $(\tilde{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 为对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解, 从而有

$$f(\mathbf{x}, \xi') \leq \sum_{t \in S_T} \tilde{p}_t^c \Delta_t = \sum_{t \in S_T} \check{p}_t^c \Delta_t = f(\mathbf{x}, \xi) \quad (\text{B.12})$$

情况 3: 若 $\check{p}_{t_0}^c = \check{p}_{t_0}^{rg} = 0$ 且 $\check{p}_{t_0}^{rs} > 0$, 令

$$\tilde{p}_t^{rg} = \check{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^c = \check{p}_t^c, \forall t \in S_T \quad (\text{B.13})$$

$$\tilde{p}_{t_0}^{rs} = \check{p}_{t_0}^{rs} - \varepsilon, \tilde{p}_t^{rs} = \check{p}_t^{rs}, \forall t \neq t_0$$

有两种可能情形:

第一种情形: 存在 $t_1 \geq t_0$ 使得 $\check{p}_{t_1}^{sg} > 0$ 。进一步将 t_1 选取为满足要求的最小

值, 即 $t_1 := \min\{t \mid t_0 \leq t \leq T, \check{p}_{t_1}^{sg} > 0\}$. 令

$$\tilde{p}_{t_1}^{sg} = \check{p}_{t_1}^{sg} - \eta_c \eta_d \varepsilon, \tilde{p}_t^{sg} = \check{p}_t^{sg}, \forall t \neq t_1 \quad (\text{B.14})$$

可以按照式 (4.5) 确定 \tilde{e}_t , 并且 $\tilde{e}_0 = \check{e}_0$. 因此, $\tilde{e}_T = \tilde{e}_0$ 而且 $\omega_l x_e \leq \min_s \{\check{e}_s\} \leq \tilde{e}_t \leq \max_s \{\check{e}_s\} \leq \omega_h x_e$. 所以 $(\tilde{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 为对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解, 从而与式 (B.12) 类似有 $f(\mathbf{x}, \xi') \leq f(\mathbf{x}, \xi)$.

第二种情形: 当 $\forall t \geq t_0$ 有 $\check{p}_t^{sg} = 0$ 时, 存在 $t_1 < t_0$ 使得 $\check{p}_{t_1}^{sg} > 0$. 进一步将 t_1 选取为满足要求的最大值, 即 $t_1 := \max\{t \mid 1 \leq t < t_0, \check{p}_{t_1}^{sg} > 0\}$. 令

$$\tilde{p}_{t_1}^{sg} = \check{p}_{t_1}^{sg} - \eta_c \eta_d \varepsilon, \tilde{p}_t^{sg} = \check{p}_t^{sg}, \forall t \neq t_1 \quad (\text{B.15})$$

按照式 (4.5) 确定 \tilde{e}_t . 则与第一种情形类似, 得到 $(\tilde{p}_t^{rs}, \tilde{p}_t^{rg}, \tilde{p}_t^{sg}, \tilde{p}_t^c, \tilde{e}_t; t \in S_T)$ 为对应 (\mathbf{x}, ξ') 的一个可行解, 从而有 $f(\mathbf{x}, \xi') \leq f(\mathbf{x}, \xi)$.

因此, 式 (B.6) 成立。

根据式 (B.5) 和式 (B.6), 有

$$-\lambda \varepsilon \Delta_t \leq f(\mathbf{x}, \xi) - f(\mathbf{x}, \xi') - \lambda \varepsilon \Delta_t \leq \varepsilon \Delta_t - \lambda \varepsilon \Delta_t \quad (\text{B.16})$$

注意到可接受新能源弃电率 $\lambda \in [0, 1]$, 从而

$$\begin{aligned} & |g(\mathbf{x}, \xi) - g(\mathbf{x}, \xi')| \\ &= \left| \left(f(\mathbf{x}, \xi) - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi_t \Delta_t \right) - \left(f(\mathbf{x}, \xi') - \lambda \sum_{t \in S_T} \xi'_t \Delta_t \right) \right| \\ &= |f(\mathbf{x}, \xi) - f(\mathbf{x}, \xi') - \lambda \varepsilon \Delta_t| \\ &\leq \max\{ |-\lambda \varepsilon \Delta_t|, |\varepsilon \Delta_t - \lambda \varepsilon \Delta_t| \} \\ &= \max\{ \lambda, 1 - \lambda \} \Delta_t \cdot \varepsilon \\ &= L \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

因此式 (B.4) 成立, 命题得证。 ■

附录 C 第 5 章命题证明

C.1 命题 5.1 证明

证明：因为定义 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi)$ 的线性规划由式 (5.32) 除去式 (5.9) 的约束得到，所以 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi) \leq g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 。只需要再证明 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi) \geq g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 。由式 (5.13) 有 $p_{i,t}^D \geq 0, \forall i \in S_B, t \in S_T$ ，所以 $0 \leq g_l^E(\mathbf{x}, \xi) \leq g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 。若 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi) = +\infty$ ，则 $g^E(\mathbf{x}, \xi) = g_l^E(\mathbf{x}, \xi)$ 自然成立。因此，只需考虑 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi)$ 有限的情况。设式 (5.34) - 式 (5.36) 的一个最优解为 $(\hat{p}_{i,t}^G, \hat{c}_{i,t}^G, \hat{p}_{i,t}^{Sc}, \hat{p}_{i,t}^{Sd}, \hat{e}_{i,t}^S, \hat{p}_{ij,t}^L, \hat{p}_{i,t}^N, \hat{p}_{i,t}^A, \hat{p}_{i,t}^D, \hat{p}_{ij,t,m}^L)$ ，将从这个解出发构造式 (5.32) 的一个可行解并保持目标函数值仍等于 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi)$ 。

如果 $(\hat{p}_{i,t}^G, \hat{c}_{i,t}^G, \hat{p}_{i,t}^{Sc}, \hat{p}_{i,t}^{Sd}, \hat{e}_{i,t}^S, \hat{p}_{ij,t}^L, \hat{\theta}_{i,t}^N, \hat{p}_{i,t}^A, \hat{p}_{i,t}^D, \hat{p}_{ij,t,m}^L)$ 在式 (5.32) 中不可行，那么只有式 (5.9) 不成立。存在 t_0 和 i_0 使得 $\hat{p}_{i_0,t_0}^{Sc} \hat{p}_{i_0,t_0}^{Sd} \neq 0$ ，因此 $\hat{p}_{i_0,t_0}^{Sc} > 0$ 且 $\hat{p}_{i_0,t_0}^{Sd} > 0$ 。对 $\varepsilon > 0$ ，构造新解 $(\tilde{p}_{i,t}^G, \tilde{c}_{i,t}^G, \tilde{p}_{i,t}^{Sc}, \tilde{p}_{i,t}^{Sd}, \tilde{e}_{i,t}^S, \tilde{p}_{ij,t}^L, \tilde{\theta}_{i,t}^N, \tilde{p}_{i,t}^A, \tilde{p}_{i,t}^D, \tilde{p}_{ij,t,m}^L)$ 如下：令

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{i,t}^G &= \hat{p}_{i,t}^G, \tilde{c}_{i,t}^G = \hat{c}_{i,t}^G, \tilde{e}_{i,t}^S = \hat{e}_{i,t}^S, \tilde{\theta}_{i,t}^N = \hat{\theta}_{i,t}^N, \tilde{p}_{i,t}^D = \hat{p}_{i,t}^D, \forall i \in S_B, t \in S_T \\ \tilde{p}_{ij,t}^L &= \hat{p}_{ij,t}^L, \tilde{p}_{ij,t,m}^L = \hat{p}_{ij,t,m}^L, \forall i \in S_B, (i, j) \in S_L, t \in S_T, m = 0, 1, \dots, M^L \\ \tilde{p}_{i_0,t_0}^{Sc} &= \hat{p}_{i_0,t_0}^{Sc} - \varepsilon, \tilde{p}_{i_0,t_0}^{Sd} = \hat{p}_{i_0,t_0}^{Sd} - \eta_c \eta_d \varepsilon, \tilde{p}_{i_0,t_0}^A = \hat{p}_{i_0,t_0}^A + (1 - \eta_c \eta_d) \varepsilon \\ \tilde{p}_{i,t}^{Sc} &= \hat{p}_{i,t}^{Sc}, \tilde{p}_{i,t}^{Sd} = \hat{p}_{i,t}^{Sd}, \tilde{p}_{i,t}^A = \hat{p}_{i,t}^A, \forall (i, t) \neq (i_0, t_0) \end{aligned} \quad (C.1)$$

令 $\varepsilon = \min\{\hat{p}_{i_0,t_0}^{Sc}, \hat{p}_{i_0,t_0}^{Sd} / (\eta_c \eta_d)\}$ ，并将新解代入式 (5.32) 中验证约束是否成立。易知除式 (5.9) 以外其他约束成立，并且 $\tilde{p}_{i_0,t_0}^{Sc} \tilde{p}_{i_0,t_0}^{Sd} = 0$ ，即母线 i_0 处的储能在第 t_0 时间段不同时充放电，而且不改变 $(i, t) \neq (i_0, t_0)$ 时是否同时充放电。

对所有时间段和所有母线重复上述步骤，直至满足式 (5.9)，这时就得到式 (5.32) 的一个可行解，并且该处的目标函数值仍然等于 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi)$ 。因为 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 不大于任何可行解处的目标函数值，所以 $g_l^E(\mathbf{x}, \xi) \geq g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 。从而命题结论成立。■

C.2 命题 5.3 证明

证明：根据式 (5.13)， $p_{i,t}^E \geq 0, \forall i \in S_B, t \in S_T$ ，所以 $g^E(\mathbf{x}, \xi) \geq 0$ ，从而有下界。只需再找出式 (5.34) - 式 (5.36) 的一个可行解，即可说明 $g^E(\mathbf{x}, \xi)$ 有限。

构造解 $(\tilde{p}_{i,t}^G, \tilde{c}_{i,t}^G, \tilde{p}_{i,t}^{Sc}, \tilde{p}_{i,t}^{Sd}, \tilde{e}_{i,t}^S, \tilde{p}_{ij,t}^L, \tilde{\theta}_{i,t}^N, \tilde{p}_{i,t}^A, \tilde{p}_{i,t}^D, \tilde{p}_{ij,t,m}^L)$ 如下：令

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{i,t}^G &= \tilde{c}_{i,t}^G = \tilde{p}_{i,t}^{Sc} = \tilde{p}_{i,t}^{Sd} = \tilde{\theta}_{i,t}^N = 0, \forall i \in S_B, t \in S_T \\ \tilde{p}_{ij,t}^L &= \tilde{p}_{ij,t,m}^L = 0, \forall (i, j) \in S_L, t \in S_T, m = 0, 1, \dots, M^L \\ \tilde{e}_{i,t}^S &= \tilde{e}_{i,0}^S, \tilde{p}_{i,t}^A = x_i^R \xi_{i,t}^R, \tilde{p}_{i,t}^D = \xi_{i,t}^D, \forall i \in S_B, t \in S_T \end{aligned} \quad (C.2)$$

容易验证这是一个可行解，所以 $0 \leq g^E(\mathbf{x}, \xi) \leq \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} \xi_{i,t}^D \Delta_t < +\infty$ ，从而命题结论成立。 ■

C.3 命题 5.4 证明

证明： 由式 (5.1) 和式 (5.3)，再注意到根据物理意义有火电机组发电功率下限 P_i^{Gl} 非负，所以 $c_{i,t}^G \geq 0, \forall i \in S_B, t \in S_T$ 。因此 $g^N(\mathbf{x}, \xi) = \sum_{t \in S_T} \sum_{i \in S_B} c_{i,t}^G \geq 0$ ，即已证明 $g^N(\mathbf{x}, \xi)$ 有下界。只需再证明对任意 $\mathbf{x}_0 \in X^N$ 和 $\xi_0 \in \Xi^N$ ，式 (5.37) - 式 (5.39) 有可行解。

根据式 (5.20) 中 Ξ^N 的定义，存在 $y_n, n \in S_N$ 满足 $y_n \geq 0, \forall n \in S_N, \sum_{n \in S_N} y_n = 1$ 并且 $\xi_0 = \sum_{n \in S_N} y_n \xi_n^N$ 。根据式 (5.56) 和 $\mathbf{x}_0 \in X^N$ ，对每个 $\xi_n^N, n \in S_N$ ，存在式 (5.37) - 式 (5.39) 的可行解 \mathbf{v}_n 。注意到式 (5.37) - 式 (5.39) 是线性规划， ξ 只出现在约束右端项中，并且该右端项关于 ξ 仿射。容易验证 $\sum_{n \in S_N} y_n \mathbf{v}_n$ 为 ξ_0 下式 (5.37) - 式 (5.39) 的可行解。命题得证。 ■